00132

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

තාක්ෂණය සඳහා පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

අවසාන පරීක්ෂණය 2015

ශුද්ධ ගණිතය – MPZ 2310 ප්‍රශ්න පත්‍රය -II

කාලය - පැය (03) තුනයි.

දිනය - 2015.08.01 වේලාව - පෙ.ව.09.30 - ප.ව.12.30 දක්වා

ප්‍රශ්න 06 කට පිළිතුරු සපයන්න.

ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

01. (a) $x^2 + y^2 = 25$ සහ $xy = 12$ යැයි දී තිබේ.

$(x+y)^2$ හා $(x-y)^2$ හි අගයන් සොයන්න. (මෙහි $x > y > 0$)

එනයින් x හා y ට ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

(b) $f(x) = x^2 + 2\lambda x + 6$ යැයි ගනිමු.

$f(x) = (x+\lambda)^2 + (16 - \lambda^2)$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $-4 < \lambda < 4$ වන විට x හි සියළු අගයන්ට $f(x)$ ධන වන බව පෙන්වන්න.

$f(x) = 0$ ට සමාන මුල තිබෙන පරිදි λ හි අගයන් සොයන්න.

(c) $log_a b \, log_b a = 1$ බවත් හා

$log_a b \, log_b c \, log_c a = 1$ බව පෙන්වන්න.

02. (a) සියළුම n ධන නිඛිලමය අගයක් සඳහා

$1^2 + 2^2 + \dots\dots + n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයෙන් පෙන්වන්න.

(b) $Ur = \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ $r = 1,2 \ldots\ldots$ සඳහා

$\frac{1}{(2r-1)(2r+1)} \equiv \frac{A}{2r-1} + \frac{B}{2r+1}$ වනසේ A හා B හි අගයන් සොයන්න.

එනයින් $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ සොයන්න.

(c) $2x^2 - 3x + 1 > 0$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි තාත්වික අගයන් සොයන්න.

03. (a) ENGINEERING MATHEMATICS යන වචනවල අකුරු සියල්ලෙන්ම කළ හැකි වෙනස් පිළියෙල කිරීම් ගණන සොයන්න.

(b) $(3 + ax)^9$ ප්‍රසාරණයේ x^2 හා x^3 පදවල සංගුණක සමානවීම සඳහා a ට ගත හැකි අගය සොයන්න.

(c) $f(x) = x^3 + \lambda x^2 + \mu x + 2$ බහු පද ශ්‍රිතය (x-1) න් බෙදූ විට ශේෂය 4 කි. (x+2) න් බෙදූ විට ශේෂය ද 4 කි. λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

04. (a) $|z| = 1$ නම් $\frac{z-1}{z+1}$ ශුද්ධ අතාත්වික සංඛ්‍යාවක් බව පෙන්වන්න.

(b) $z = \frac{(1+i)(1+\sqrt{3}\,i)}{1-z}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r > 0$ හා $0 \leq \theta < 2\pi$ වන

$r\{\cos\theta + i\sin\theta\}$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

(c) $3x + 2y + 4z = 56$

$5x - y + 3z = 38$

$2x + y - z = 6$

සමීකරණ පද්ධතිය විසඳන්න.

05. (a) ABCD සමාන්තරාස්‍රයේ AD හා AB පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $7x + 2y = 0$ හා $4x + 5y = 0$ වේ. එහි විකර්ණයක සමීකරණය $11x + 7y = 6$ වේ. B හා D ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. තවද BC, CD පාදවල හා AC විකර්ණයේ සමීකරණ ලබා ගන්න.

(b) සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක සමාන පාද දෙකේ සමීකරණ $7x - y + 3 = 0$ හා $x + y - 3 = 0$ වේ. එහි ඉතිරි පාදය $(1, -10)$ හරහා ගමන් කරයි. එම පාදයේ සමීකරණය සොයන්න.

06. (a) $S \equiv x^2 + y^2 + 2x - 6y - 17 = 0$ වෘත්තයේ හා $y - x + 2 = 0$ රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. මෙම ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක විෂ්කම්භයක දෙකෙලවර වන සේ ඇති S' වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2+4x - 5 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) x - අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටන $(4,2)$ හා $(-6,-2)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

07. (a) x විෂයයෙන් දී ඇති ශ්‍රිත අවකලනය කරන්න.

(i) $\frac{1+\text{Sin}\,x}{1-Sinx}$ (ii) $\frac{\text{Sin}\,x}{1+Cos\,x}$ (iii) $\frac{x+2}{x^2+1}$

(b) $y = a \sin x + b \cos x$ නම් $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a හා b නියත වේ.

(c) සෘජුකෝණාශ්‍රාකාර පෝස්ටරයක මායිම ඉහළින් හා පහළින් ඒකක 3 ක් ද ඉතිරි පැති දෙකෙන් ඒකක 1 ක් ද වේ. මෙම මායිම තුළ වර්ග ඒකක 48 ක් තිබේ. පෝස්ටරයේ මුළු වර්ගඵලය අවම වන සේ එහි මිනුම් සොයන්න.

08. (a) මෙම අනුකලන අගයන්න.

(i) $\int \frac{1+\text{Sin}\,x}{1-Sinx}\,dx$ (ii) $\int \frac{dx}{x^2+4}$

(b) මෙම නිශ්චිත අනුකල අගයන්න.

(i) $\int_0^2 (x^2 + 3x + 5)dx$ (ii) $\int_0^{\pi/4} \text{Sin}\,3x\,\text{Cos}\;x\,dx$

(c) $y = 16 - x^2$ ශ්‍රිතයේ වක්‍රයේ ප්‍රස්ථාරය හා

x^- අක්ෂය සමඟ සාදන වර්ග ඵලය සොයන්න.

09. (a) $\text{Sin}\frac{\pi}{4} = \text{Cos}\frac{\pi}{4} = 1/\sqrt{2}$ හා

$\text{Sin}\frac{\pi}{6} = 1/2$ හා $\text{Cos}\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}/_2$ දී තිබේ නම්,

$\text{Sin}\frac{5\pi}{12}, \text{Cos}\frac{5\pi}{12}$ හා $\text{Tan}\frac{5\pi}{12}$ හි අගයන් සොයන්න.

(b) $\text{Tan}^{-1}\frac{1}{2} + \text{Tan}^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සාමාන්‍ය අංකනයට අනුව

$\frac{b-c}{a} = \frac{Sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{Cos\left(\frac{A}{2}\right)}$ බව පෙන්වන්න.

හිමිකම් ඇවිරිණි.

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA
FACULTY OF ENGINEERING TECHNOLOGY
FOUNDATION PROGRAMME FOR TECHNOLOGY
FINAL EXAMINATION– 2015
MPZ2310 – PURE MATHEMATICS - II
DURATION – THREE (03) HOURS

Date: 01st August 2015 Time: 9.30 a.m. -12.30 p.m.

You can't use mobile phones as calculators. You can use non programmable calculators. Answer any six questions only.

01. a) Given that $x^2 + y^2 = 25$ and $xy = 12$

Find the value of $(x+y)^2$ and $(x-y)^2$
Hence find the value for x and y (where $x > y > 0$)

b) Let $f(x) = x^2 + 2\lambda x + 16$
Show that $f(x) = (x+\lambda)^2 + (16-\lambda^2)$
Hence show that $f(x)$ is positive for all real values of x when $-4 < \lambda < 4$.
Find the values of λ such that $f(x) = 0$ has equal roots.

c) Show that $\log_b a \, . \, \log_a b = 1$
and $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$

02. a) Using the principle of Mathematical Induction, show that for each positive integer n,

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

b) Let $U_r = \dfrac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ for $r = 1, 2, \ldots\ldots\ldots$
Find the values of A and B such that

$$\frac{1}{(2r-1)(2r+1)} \equiv \frac{A}{2r-1} + \frac{B}{2r+1}$$

Hence find $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$

c) Find the set of real values of x satisfying the inequality
$2x^2 - 3x + 1 > 0$

03. a) How many arrangements can be formed out of the letters of the words ENGINEERING MATHEMATICS.

b) Find value of a, if the coefficients of x^2 and x^3 in the expansion of $(3 + ax)^9$ are equal.

c) Given that when the polynomial $f(x) = x^3 + \lambda x^2 + \mu x + 2$ is divided by (x-1), the reminder is 4 and when it is divided by $(x+2)$ the reminder is also 4. Find the values of λ *and* μ

04. a) If $|Z| = 1$, then show that $\dfrac{Z-1}{Z+1}$ is purely imaginary.

b) Express the complex number $Z = \dfrac{(1+i)(1+\sqrt{3}\,i)}{1-i}$ in the form $r\{Cos\theta + iSin\theta\}$
where $r > 0$ and $0 \le \theta < 2\pi$

d) Solve the following system of equations
$3x + 2y + 4z = 56$
$5x - y + 3z = 38$
$2x + y - z = 6$

05. a) ABCD is a parallelogram and the equations of the sides AD and AB are $7x + 2y = 0$ and $4x + 5y = 0$ respectively.

If the equation of one diagonal is $11x + 7y = 6$.

Find the coordinates of the vertices B and D.
Find the equations of the sides BC, CD and AC diagonal.

b) Two equal sides of an isosceles triangle are given by the equations $7x - y + 3 = 0$ and $x + y - 3 = 0$ and its third side passes through the point (1, -10). Determine the equation of the third side.

06. a) Find the points of intersection of the circle $S \equiv x^2 + y^2 + 2x - 6y - 17 = 0$ and the line $y - x + 2 = 0$. Show that the equation of the circle S_1, which has the above two points as the ends of a diameter is $x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$.

b) Find the equation of the circle which passes through the points (4,2),(-6, -2) and has the centre on the x - axis,

07. a) Differentiate the given functions with respect to *x*.

i. $\dfrac{1 + Sinx}{1 - Sinx}$ ii. $\dfrac{Sinx}{1 + Cosx}$

iii. $\dfrac{x + 2}{x^2 + 1}$

b) If $y = aSinx + bCosx$ where *a, b* are constants.

Show that $\dfrac{d^2y}{dx^2} + y = 0$

c) A rectangular poster is to have a margin of 3 units at the top and 3 units at the bottom and 1 unit at each other side. The region inside these margins is to have an area of 48 square units. What are the dimensions of the poster if its total area is to be a minimum?

08. a) Evaluate the following integrals.

i. $\int \dfrac{1 + Sinx}{1 - Sinx} dx$ ii. $\int \dfrac{dx}{x^2 + 4}$

b) Evaluate the following definite integrals.

i. $\int_0^2 (x^2 + 3x + 5)dx$ ii. $\int_0^{\pi/4} Sin3xCosxdx$

c) Find the area bounded by the curve $y = 16 - x^2$ and the x-axis.

09. a) Given that $Sin\frac{\pi}{4} = Cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$Sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ and $Cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Find the values $Sin\frac{5\pi}{12}$, $Cos\frac{5\pi}{12}$ *and* $Tan\frac{5\pi}{12}$

b) Show that $Tan^{-1}\frac{1}{2} + Tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$

c) Prove in the usual notation that in the triangle ABC.

$$\frac{b-c}{a} = \frac{Sin\frac{(B-C)}{2}}{Cos\frac{A}{2}}$$

-Copyrights reserved -

00037

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
தொழில்நுட்பவியல் டிப்ளோமா அடிப்படை - மட்டம் - II
இறுதிப் பரீட்சை - 2015
MPZ 2310 பிரயோக கணிதம் - II
காலம் : மூன்று (03) மணித்தியாலங்கள்

திகதி : 01.08.2015 நேரம்: மு.ப 09.30 – பி.ப 12.30 வரை

ஏதாவது ஆறு (06) வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.
தயவுசெய்து விடையளிப்பதற்கு தரப்பட்ட வெற்றிடங்களைப் பயன்படுத்துக. நீங்கள் non-programmable கணிப்பான்களைப் பயன்படுத்தலாம். கையடக்கத் தொலைபேசிகள் அனுமதிக்கப்படவில்லை.

01. (a) தரப்பட்ட $x^2 + y^2 = 25$ உம் $xy = 12$ இனைப் பயன்படுத்தி

$(x+y)^2$ இனதும் $(x-y)^2$ இனதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து x இனதும் y இனதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(இங்கு $x > y > 0$)

(b) $f(x) = x^2 + 2\lambda x + 16$ என இருப்பின்

$f(x) = (x+\lambda)^2 + (16 - \lambda^2)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானத்திற்கும் $-4 < \lambda < 4$ வீச்சாகவும் இருக்கும் போது $f(x)$ நேராக இருக்கும் எனக் காட்டுக. λ இன் எப்பெறுமானங்களிற்கு $f(x) = 0$ ஆனது பொருந்தும் தீர்வுகளைக் கொண்டிருக்கும்.

(c) $log_a b \,.\, log_b a = 1$ உம்

$log_a b \,.\, log_b c \,.\, log_c a = 1$ எனக் காட்டுக.

02. (a) கணித உய்த்தறிதல் கொள்கையைப் பிரயோகித்து ஒவ்வொரு நேர் முழு எண் n இற்கு $1^2 + 2^2 + \ldots\ldots + n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ எனக் காட்டுக.

(b) $Ur = \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ இங்கு $r = 1,2 \ldots\ldots$

$\frac{1}{(2r-1)(2r+1)} \equiv \frac{A}{2r-1} + \frac{B}{2r+1}$ ஆகவும் இருப்பின்

A யினதும் B யினதும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) $2x^2 - 3x + 1 > 0$ எனும் சமனிலியை திருப்தி செய்யுமாறு x இனுடைய எல்லா மெய் எண்களையும் காண்க.

03. (a) ENGINEERING MATHEMATICS இந்தச் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி எத்தனை ஒழுங்கமைப்புகளைச் செய்ய முடியும்?

(b) $(3+ax)^9$ எனும் சமன்பாட்டை விரிவாக்கும் போது x^2 இனதும் x^3 இனதும் குணகங்கள் சமனாக இருப்பின் a யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) தரப்பட்ட பல் கோவை $f(x) = x^3 + \lambda x^2 + \mu x + 2$ ஐ (x-1) பிரிக்கும் போது மீதியானது 4 ஆகும். (x+2) ஆல் பிரிக்கும் போது மீதி 4 ஆகுமாயின் λ உம் μ வையும் காண்க.

04. (a) $|z| = 1$ ஆக இருக்கும் போது

$\frac{z-1}{z+1}$ ஆனது தூய கற்பனை இலக்கம் எனக் காட்டுக.

(b) சிக்கலெண் $z = \frac{(1+i)(1+\sqrt{3}\,i)}{1-i}$ இனை $r\{\cos\theta + i\sin\theta\}$ எனும் வடிவில் எடுத்துரைக்க. இங்கு $r > 0$ உம் $0 \leq \theta < 2\pi$

(c) பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டினைத் தீர்க்க.

$3x + 2y + 4z = 56$

$5x - y + 3z = 38$

$2x + y - z = 6$

05. (a) ABCD ஒரு இணைகரமாகும். அதன் பக்கங்கள் AD உம் AB உம் முறையே $7x + 2y = 0$ உம் $4x + 5y = 0$ எனும் சமன்பாட்டையும் கொண்டிருக்கிறது. அதன் ஒரு மூலை விட்டத்தின் சமன்பாடு $11x + 7y = 6$ ஆகவும் இருப்பின் B இனதும் D இனதும் ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் புள்ளிகளைக் காண்க. மேலும், பக்கங்கள் BC, CD மூலைவிட்டம் AC யினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(b) இரு சமபக்க முக்கோணி ஒன்றின் சமன்பாடுகள் $7x - y + 3 = 0$ உம் $x + y - 3 = 0$. அத்தோடு, மூன்றாவது பக்கம் (1, -10) எனும் புள்ளியினூடாகவும் செல்கிறது எனின், 3வது பக்கத்தின் சமன்பாட்டை வரையறுக்குக.

06. (a) வட்டம் $S \equiv x^2 + y^2 + 2x - 6y - 17 = 0$ உம் கோடு $y - x + 2 = 0$ ஆகவும் இருப்பின் வெட்டுப் புள்ளிகளைக் காண்க. மேற்கண்ட வெட்டுப் புள்ளிகள் இரண்டும் S' வட்டத்தின் விட்டத்தினூடாக செல்லுமாயின் $S' \equiv x^2+y^2+4x - 5 = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) வட்டமொன்று புள்ளிகள் (4, 2), (-6, -2) இற்கூடாகவும் மையமானது x – அச்சிலும் இருப்பின் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

07. (a) பின்வருவனவற்றை x குறித்து வகையிடுக.

$(i)\ \frac{1+\sin x}{1-\sin x}$ $(ii)\ \frac{\sin x}{1+\cos x}$ $(iii)\ \frac{x+2}{x^2+1}$

(b) $y = a \sin x + b \cos x$ இங்கு a, b மாறிலிகள் எனின் $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ எனக் காட்டுக.

(c) ஒரு செவ்வகச் சுவரொட்டி ஒன்றின் மேலிருந்து 3 அலகுகளும், கீழிருந்து 3 அலகுகளும், ஒவ்வொரு பக்கங்களிலிருந்தும் 1 அலகுகளும் எல்லைக் கோடுகள் உள்ளன. விளிம்புக் கோடுகளுக்கு உட்பட்ட பிரதேசத்தின் பரப்பு 48 சதுர அலகுகள். சுவரொட்டியினுடைய ஆகக் குறைந்த பரப்பு அதுவாக இருக்கும் போது அதன் கனவளவு என்ன?

08. (a) பின்வருவனவற்றை x குறித்து தொகையிடுக.

(i) $\int \frac{1+\sin x}{1-\sin x}\,dx$ (ii) $\int \frac{dx}{x^2+4}$

(b) பின்வரும் தொகையீடுகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $\int_0^2 (x^2+3x+5)\,dx$ (ii) $\int_0^{\pi/4} \sin 3x \cos x\,dx$

(c) $y = 16 - x^2$ எனும் வளையினாலும் x - அச்சினாலும் அடைக்கப்படும் பரப்பைக் காண்க.

09. (a) $\sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = 1/\sqrt{2}$ உம்

$\sin\frac{\pi}{6} = 1/2$ உம் $\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}/2$

மேற்தரப்பட்ட தரவுகளைப் பயன்படுத்தி

$\sin\frac{5\pi}{12}$, $\cos\frac{5\pi}{12}$ உம் $\tan\frac{5\pi}{12}$ இனதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$ எனக் காட்டுக.

(c) ABC முக்கோணி எனின் வழமையாக குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி

$\frac{b-c}{a} = \frac{\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{A}{2}\right)}$ என நிறுவுக.

பதிப்புரிமை பெற்றது