00077

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA
DIPLOMA IN TECHNOLOGY– FOUNDATION LEVEL 02
FINAL EXAMINATION – 2009/2010
MPZ 2230 – MATHEMATICS – PAPER II
DURATION – THREE (03) HOURS

DATE : 01st March 2010 **TIME: 9.30 a.m. – 12.30 p.m.**

ANSWER SIX (06) QUESTIONS ONLY.
YOU CAN USE NON PROGRAMMABLE CALCULATORS. YOU CAN'T USE MOBILE PHONES AS CALCULATORS.

01. ABC is an isosceles triangle such that $AB = AC$. The equations of the line AB and BC are $2y - x - 1 = 0$ and $y - 2x - 1 = 0$ respectively. Prove that the line AC is parallel to the line $2y + 11x = 0$.

    If $A \equiv (3, 2)$. Find the coordinates of the points B and C.

    Find the length BC and hence deduce the area of the triangle ABC.

02. A circle passes through the points A, B and C which have the coordinates $(0,3)$, $(\sqrt{3},0)$ and $(-\sqrt{3},0)$ respectively.

    a) Find the equation of the circle.
    b) Find the coordinates of the centre and radius of the circle.
    c) Find the length of minor Arc BC.
    d) A line $y = mx + 3$ of variable gradient m, cuts the circle ABC in two points L and M. Find the equation of the locus of the mid point of LM.

03. Find the equation of the chord joining the points $P_1(at_1^2, 2at_1)$ and $P_2(at_2^2, 2at_2)$ on the parabola $y^2 = 4ax$.

    PQ is chord of this parabola passing through the focus $S(a,o)$. PM and QN drawn perpendicular to the line $x + a = 0$, meet that line at M and N respectively.

    Prove that
    a) PN and QM lines pass through the origin.
    b) MN subtends a right angle at the focus S.

    Find the coordinates of the intersecting point of the tangents at P and Q to the parabola.

    c) Hence prove that the tangents to the parabola at P and Q form with SM and SN a rectangle one vertex of which lies on the line MN.

04. Find the equation of the tangent l to the ellipse $S \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ at the point $P \equiv (a\cos\theta, b\sin\theta)$. Find also the coordinates of the intersection point of the tangents at the point P and $Q \equiv (a\cos\phi, b\sin\phi)$. N is the foot of the perpendicular from the origin upon the line l.

Show that if ϕ is the eccentric angle of the point of contact Q of the other tangent from N to $S = 0$ then $a^2 \tan\theta = b^2 \tan\frac{1}{2}(\theta + \phi)$.

05. Find the equation of chord joining the points $A(ct_1, c/t_1)$ and $B(ct_2, c/t_2)$ on the rectangle hyperbola $xy = c^2$.
A variable chord of the hyperbola passes through the fixed point $C \equiv (c/2, c)$. Show that the equation of the locus of the mid point of this variable chord is $2x(c-2) + cy = o$ and verify that this locus passes through the origin.

06. Let $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$, show that there is an α in the interval $(0^0, 45^0)$ such that $f(x) = 2\sin(2x + \alpha)$ Find the values of x for which,

i. $f(x) = 0$ ii. $f(x)$ has a maximum
iii. $f(x)$ has a minimum
Sketch the graph of $y = f(x)$ where $-180^0 \le x \le 180^0$

07. State De Moivre's Theorem for a positive integral index.
Express $\frac{1+\sqrt{3}j}{2}$ in the form $\cos\theta + j\sin\theta$. Where $\theta \in R$, and find the value of $\left\{\frac{1+\sqrt{3}j}{2}\right\}^{21} + \left\{\frac{1-\sqrt{3}j}{2}\right\}^{21}$ Also find all values of $\left\{\frac{1+\sqrt{3}j}{2}\right\}^{1/3}$ by using De Moivre's theorem for a positive integral index.

08. Vehicles approaching a crossroad must go in one of the three directions, Left, right or straight on. Observations of traffic engineers reveal that of vehicles approaching from the west 50% turn left, 20% turn right and the rest go straight on. Assuming that the driver of each vehicle chooses direction independently, find the probability that of the next three vehicles approaching the crossroad from the west.

i. all go straight on
ii. all go in the same direction
iii. two turn right and one turns left
iv. all go in different directions.

If the three consecutive vehicles all go in the same direction show that most of the time they all turn left.

09. Let the values of random sample of size n taken from a population be $x_1, x_2 ....x_n$. Given that the sample mean $\bar{x}$ is defined by $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ and the sample variance σ^2 is defined by $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$ (σ is called the standard deviation)

The number of printing errors x on each of the first 200 pages of a book containing 250 pages was observed and the following details were found. The total number of printing errors 920. The sum of squares of printing errors 5032. Find the mean and the standard deviation of the number of printing errors per page for the first 200 pages. The mean and the standard deviation of the number of printing errors per page in the last 50 pages were found later as 4.4 and 2.2 respectively. Find using first principles and correct to two decimal place the mean and the standard deviation of the number of printing errors per page in the book.

10. A particle of mass m is attached to one end of a light inelastic string of length l. The other end of the string is attached to a fixed point O and the particle is in equilibrium under gravity. The particle is then projected horizontally with speed u.

   i. Show that the tension in the string when it makes an angle θ with the downward vertical through O is $m\left[3g\cos\theta - 2g + {u^2}/{l}\right]$

   ii. Find the least possible value of u so that the particle can subsequently reach the horizontal level of O.

   iii. When the string first becomes horizontal, it comes into contact with a thin horizontal bar which is fixed perpendicular to the plane of motion of the string at distance ${l}/{2}$ from O. Show that if $2gl < u^2 < \frac{7gl}{2}$ the string becomes slack before the particle reaches the highest point at a height ${l}/{2}$ above the level of the bar.

11. A light spiral spring of natural length l is fixed at the lower end with its axis vertical. A particle of mass m placed at the upper end can compress the spring a distance $d(<l)$, when it is at rest. If the same particle is dropped on the upper end of the spring from a height h, Show that the particle will execute a simple harmonic motion with amplitude $a = \sqrt{d^2 + 2dh}$ provided $l \geq a + d$.

-Copyrights reserved -

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
ඉංජිනේරු තාක්ෂණ ඩිප්ලෝමා පාඨමාලාව - 02 වන මට්ටම
අවසාන පරීක්ෂණය -2009/2010
ගණිතය II - MPZ 2230
කාලය - පැය 03 යි.

දිනය - 2010.03.01 වේලාව - පැය 09.30-12.30 දක්වා

ප්‍රශ්න 6 කට පිළිතුරු සපයන්න. **Non programmable** ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

01. ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ AB= AC වේ. AB හා BC පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $2y - x - 1 = 0$ හා $y - 2x - 1 = 0$ වේ. AC පාදය $2y + 11x = 0$ රේඛාවට සමාන්තර බව පෙන්වන්න. $A \equiv (3,2)$ නම් B හා C ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. BC පාදයේ දිග සොයා ඒ නයින් ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

02. $A \equiv (0,3), B \equiv \sqrt{3},0)$ $C \equiv (-\sqrt{3},0)$ ලක්ෂ්‍ය වෘත්තයක් මත පිහිටයි.
   (a) වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.
   (b) වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සහ අරය සොයන්න.
   (c) BC කුඩා චාපයේ දිග සොයන්න.
   (d) m විචල්‍ය අනුක්‍රමණයක් සහිත $y = mx+3$ රේඛාව ABC වෘත්තය L හා M ලක්ෂ්‍ය දෙකකදී ඡේදනය කරයි. LM හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථයේ සමීකරණය සොයන්න.

03. $y^2 = 4ax$ පරාවලය මත වූ $P_1 \equiv (at_1^2, 2at_1)$ $P_2 \equiv (at_2^2 . 2at_2)$ ලක්ෂ්‍ය යාකරන ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න.

   PQ යනු පරාවලයේ නාභිය S(a,o) හරහා යන ජ්‍යායකි. $x + a = 0$ රේඛාවට P හා Q හිදී අඳිනු ලැබූ ලම්බක එම රේඛාවට පිළිවෙලින් M හා N හිදී හමුවේ.
   (a) PN හා QM රේඛා මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බවත්
   (b) MN රේඛාව S නාභියේදී සෘජුකෝණයක් ආපාතනය කරන බවත් පෙන්වන්න.
   P හා Q හිදී පරාවලයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
   (c) ඒ නයින් P හා Q හිදී අඳින ලද ස්පර්ශක හා SM,SN රේඛාවලින් සෑදෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ එක් ශීර්ෂයක් MN රේඛාව මත පිහිටන බවත් පෙන්වන්න.

04. $S \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ ඉලිප්සයේ $P \equiv (a\cos\theta, b\sin\theta)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න. $Q \equiv (a\cos\emptyset, b\sin\emptyset)$ වන විට P හා Q හිදී ඇඳි ස්පර්ශක දෙකේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. N යනු l ස්පර්කයට O හිදී ඇඳි ලම්බයේ අඩිය වේ. N හිදී S = 0 ඉලිප්සයට ඇඳි අනෙක් ස්පර්ශකය Q හි ස්පර්ශකයම වේ. Q හි විකේන්ද්‍රක කෝණය $\emptyset$ නිසා $a^2\tan\theta = b^2\tan\frac{1}{2}(\theta + \emptyset)$ බව පෙන්වන්න.

05. $xy = c^2$ සෘජු කෝණාශ්‍ර බහුවලයේ $A(ct_1, c/t_1)$ හා $B(ct_2, c/t_2)$ ලක්ෂ්‍ය යාකරන ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න.
සෘජුකෝණාශ්‍ර බහුවලයේ විචල්‍ය ජ්‍යායක් අචල $C \equiv (C/2, C)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන පරිදි ඇඳ තිබේ. මේ විචල්‍ය ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථයේ සමීකරණය $2x(c-2)+cy=0$ බව පෙන්වන්න. මෙම පථය මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව අපෝහනය කරන්න.

06. $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$ යැයි ගනිමු.
$f(x) = 2\sin(2x+\alpha)$ වන සේ $(0^0, 45^0)$ පරාසය තුළ α අගයක් පවතින බව පෙන්වන්න.

i. $f(x) = 0$ වනසේ ii. $f(x)$ ට උපරිමයක් තිබෙන සේ

iii. $f(x)$ ට අවමයක් ලැබෙන සේ x හි අගයන් සොයන්න.

$-180^0 \leq x \leq 180^0$ පරාසය තුළ $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

07. ධන නිඛිල දර්ශකයක් සඳහා දමුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.
$\left\{\frac{1+\sqrt{3}j}{2}\right\}$ සංඛ්‍යාව $(\cos\theta + j\sin\theta)$ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි $\theta \in R$

$$\left\{\frac{1+\sqrt{3}j}{2}\right\}^{21} + \left\{\frac{1-\sqrt{3}j}{2}\right\}^{21}$$ හි අගය සොයන්න.

$\left\{\frac{1+\sqrt{3}j}{2}\right\}^{1/3}$ තෘප්ත කරන සියලු අගයන් සෙවීමට, ධන නිඛිල දර්ශකයක් සඳහා වූ ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතා කරන්න.

08. හරස් මාර්ගයකට පිවිසෙන වාහන වමට, දකුණට හෝ සෘජුව ඉදිරියට යන දි
තුනකින් එකක් ඔස්සේ යායුතුය. බටහිර දෙසින් පැමිණෙන වාහනවලින්ක් 50% වම
20%දකුණට හරවන අතර ඉතිරි වාහන සෘජුව ඉදිරියට ධාවනය වන බව මාර්
ඉංජිනේරුවරුන් නිරීක්ෂණය කර ඇත. එක් එක් වාහනයේ රියදුරු දිශාව ස්වායත්
ලෙස තෝරා ගන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින් බටහිර දෙසින් හරස් මාර්ගය වෙ
ළඟාවන ඊළඟ වාහන තුනකින්

(i) සියල්ලම සෘජුව ඉදිරියට
(ii) සියල්ලම එකම දිශාවට
(iii) දෙකක් දකුණට හා එකක් වමට හරවා
(iv) සියල්ලම වෙනස් දිශාවලට

ධාවනය වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

අනුයාත වාහන තුන එකම දිශාවට ධාවනය කරයි නම් බොහෝවිට ඒවා සියල්
වමට හරවන බව පෙන්වන්න.

09. $x_1, x_2 ....x_n$ සසම්භාවී නියැදියක ප්‍රමාණය n වේ. මෙහි නියැදි මධ්‍යන්‍ය

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ලෙසට අර්ථ දක්වයි.

නියැදි විචලතාවය $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$ ලෙසට අර්ථ දක්වයි. σ

සම්මත අපගමනය වේ. පිටු 250 ක් අඩංගු පොතක පළමු පිටු 200 තුළ එක
එකක ඇති මුද්‍රණ දෝෂ ගණන වන x නිරීක්ෂණය කරනු ලදුව පහත නිගමනවලට
එළැඹී ඇත.

මුද්‍රණ දෝෂවල මුළු ගණන 920

මුද්‍රණ දෝෂවල වර්ගවල එකතුය 5032

මුල් පිටු 200 සඳහා පිටුවක ඇති මුද්‍රණ දෝෂවල මධ්‍යයනය හා ස
අපගමණය සොයන්න.

පොතේ අවසාන පිටු 50 තුළ පිටුවක මුද්‍රණ දෝෂවල මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපග
පිළිවෙලින් 4.4ක් හා 2.2 ක් වේ. ප්‍රමුලධර්ම භාවිතයෙන් පොතේ පිටුවක ඇති
දෝෂවල මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය දශමස්ථාන දෙකකට නිවැරදිව සොයන්

10. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් දිග l වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ත තන්තුවක එක් කෙළවරකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර, අංශුව ගුරුත්වය යටතේ සමතුලිතව පවතී. අංශුව ඊළඟට u වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.

(i) O ඔස්සේ යන යටි අත් සිරස සමඟ තන්තුව θ කෝණයක් සාදන විට එහි ආතතිය $m\left[3g\cos\theta - 2g + u^2/l\right]$ බව පෙන්වන්න.

(ii) පසුව අංශුව O හි තිරස් මට්ටමට ළඟාවීමට හැකිවන පරිදි u ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය සොයන්න.

(iii) තන්තුව පළමුවරට තිරස් වන විට එහි චලන තලයට ලම්බව O සිට $l/2$ දුරකින් සවිකර ඇති සිහින් තිරස් දණ්ඩක් සමඟ ස්පර්ශ වෙයි. $2gl < u^2 < \frac{7gl}{2}$ නම් අංශුව දණ්ඩේ මට්ටමෙන් $l/2$ උසකින් පිහිටි ඉහළම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමට පෙර තන්තුව බුරුල් වන බව පෙන්වන්න.

11. ස්වභාවික දිග l වූ සර්පිල දුන්නක ස්වකීය අක්ෂය සිරස්ව ඇතිව, පහත කෙළවරෙහි සවිකර ඇත. දුන්නේ උඩු කෙළවර මත තබන ලද ස්කන්ධය m වූ අංශුවකට නිශ්චලව තිබෙන දුන්න d දුරක් සම්පීඩනය කළ හැකිය. $(d<l)$, එම අංශුවම h උසක සිට දුන්නේ උඩු කෙළවර මතට වැටීමට සැළස්වී නම් $l \geq a+d$ බව දී ඇති විට විස්තාරය $a=\sqrt{d^2+2dh}$ වන සරල අනුවර්ති චලිතයක අංශුව යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

\- හිමිකම් ඇවිරිණි. -

இலங்கைத் திறந்த பல்கலைக்கழகம் 00014

தொழில்நுட்பவியல் டிப்ளோமா – அடிப்படை மட்டம் 02

இறுதிப்பரீட்சை – 2009/2010

MPZ 2230 – கணிதம் – வினாத்தாள் II

காலம் :- மூன்று (03) மணித்தியாலம்.

திகதி: 01/03/2010 நேரம்: 9.30 – 12.30

ஆறு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.

நீங்கள் உங்களது தொலைபேசியினை கணிப்பொறியாக பாவிக்க முடியாது.

01. முக்கோணி ABC ஆனது AB = AC ஆகவுள்ள இருசமபக்க முக்கோணி ஆகும். கோடு AB, BC இனது சமன்பாடுகள் முறையே $2y - x - 1 = 0$, $y - 2x - 1 = 0$ ஆகும். கோடு AC ஆனது $2y + 11x = 0$ இற்கு சமாந்தரம் என நிறுவுக.

$A \equiv (3, 2)$ எனின் புள்ளிகள் B, C இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

BC இன் நீளத்தை காண்க. இதிலிருந்து முக்கோணி ABC இன் பரப்பினை உய்த்தறிக.

02. ஒரு வட்டமானது புள்ளிகள் A, B, C இனூடு செல்கின்றது. புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகள் முறையே $(0, 3)$, $(\sqrt{3}, 0)$, $(-\sqrt{3}, 0)$ ஆகும்.

a) வட்டத்தினுடைய சமன்பாட்டை காண்க.

b) வட்டத்தின் மையத்தினது ஆள்கூறினையும் ஆரையினையும் காண்க.

c) சிறிய வில் BC இனுடைய நீளத்தினை காண்க.

d) கோடு $y = mx + 3$ ஆனது மாறும் படித்திறன் m இனை கொண்டுள்ளது. இக்கோடு வட்டம் ABC இனை L, M இல் வெட்டுகிறது. LM இனுடைய நடுப்புள்ளியின் ஒழுக்கின் சமன்பாட்டை காண்க.

பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இல் புள்ளிகள் $P_1(at_1^2, 2at_1)$, $P_2(at_2^2, 2at_2)$ இனை இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டை காண்க.

PQ ஆனது பரவளைவினுடைய நாணாகும். இது குவியம் $S(a,0)$ இனூடு செல்கின்றது. PM, QN என்பன கோடு $x + a = 0$ இற்கு செங்குத்தாக வரையப்பட்டு அக்கோட்டினை M, N இல் முறையே சந்திக்கின்றன.

a) PN, QM என்பன உற்பத்தியினூடாக செல்லும் என நிறுவுக.

b) MN ஆனது குவியம் S உடன் செங்கோணத்தை ஆக்கும் என காட்டுக.

பரவளைவுக்கு P, Q இல் தொடலிகளின் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை காண்க.

c) ஆகவே பரவளைவுக்கு புள்ளி P, Q இல் தொடலிகளானது SM, SN இனை கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தை ஆக்கும் எனவும் அதனுடைய ஒரு உச்சியானது கோடு MN இல் கிடக்கும் எனவும் காட்டுக.

4. புள்ளி $P \equiv (a\cos\theta, b\sin\theta)$ இல் $S \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ எனும் நீள்வளையத்திற்கு தொடலி l இன் சமன்பாட்டை காண்க.

புள்ளி P, $Q \equiv (a\cos\phi, b\sin\phi)$ இல் தொடலிகளின் வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறினை காண்க.

கோடு l இற்கு உற்பத்தியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்தின் அடி N ஆகும்.

ϕ ஆனது N இலிருந்து $S = 0$ இற்கு உள்ள மற்றையதொடலியின் தொடுகைப் புள்ளி Q உடன் ஆக்கும் மையவகற்சிக் கோணம் எனின் $a^2 \tan\theta = b^2 \tan\frac{1}{2}(\theta + \phi)$ எனக் காட்டுக.

செவ்வக அதிபரவளைவின் $xy = c^2$ இல் புள்ளிகள் $A(ct_1, c/t_1)$ $B(t_2c, c/t_2)$ இணைக்கும் நாணின் சமன்பாட்டை காண்க.
அதிபரவளைவின் ஒரு மாறும் நாணானது நிலைத்த புள்ளி $C = (c/2, c)$ இனூடு செல்கிறது. இம் மாறும் நாணின் நடுப் புள்ளியின் ஒழுக்கின் சமன்பாடு $2x(c-2)+cy=0$ எனக் காட்டுக. அத்துடன் அவ்வொழுக்கானது உற்பத்தியினூடு செல்லும் என்பதையும் ஆராய்க.

$f(x) = \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x$ என எடுக்க. அப்படிப்பட்ட $f(x) = 2\sin(2x+\alpha)$ இந்த $(0°, 45°)$ இடைவெளியில் α கோணம் இருக்கும் என காட்டுக.
பின்வருவனவற்றிற்கு x இன் பெறுமானங்களை காண்க.
i) $f(x) = 0$
ii) $f(x)$ ஆனது உயர்வினை கொண்டிருந்தால்
iii) $f(x)$ ஆனது இழிவினை கொண்டிருந்தால்
$y = f(x)$ இன் வரைபினை வரைக. இங்கு $-180° \leq x \leq 180°$

நேர் முழுவெண் சுட்டிகளுக்கு டி மாவோவரின் தேற்றத்தினை கூறுக.
$\frac{1+\sqrt{3}j}{2}$ இனை $\cos\theta + j\sin\theta$ இன் வடிவில் தருக. இங்கு $\theta \in R$, அத்துடன் $\left\{\frac{1+\sqrt{3}j}{2}\right\}^{21} + \left\{\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right\}^{21}$ இன் பெறுமானத்தை காண்க.
அத்துடன் நேர் முழுவெண் சுட்டிகளுக்கு டிமாவோவரின் தேற்றத்தினை பாவித்து $\left\{\frac{1+\sqrt{3}j}{2}\right\}^{1/3}$ இனுடைய எல்லா பெறுமானங்களையும் காண்க.

வாகனங்களானது ஒரு குறுக்குப்பாதையானை அணுகுவதற்கு பின்வரும் மூன்று திசைகளில் ஒன்றினூடு செல்லவேண்டும். அதாவது இடப்பக்கம், வலப்பக்கம் அல்லது நேராக.

வாகன நெருக்கடி பொறியியலாளர்களின் அவதானிப்பின்படி மேற்கிலிருந்து அப்பாதையை அணுகும் வாகனங்களானது 50% இடப்பக்கமாகவும் 20% வலப்பக்கமாகவும் மிகுதி நேராகவும் செல்கின்றது. ஒவ்வொரு வாகனங்களினது சாரதிகளும் அவர்களின் திசையை தெரிவு செய்யும் முறை சாராதவை என எடுத்துக் கொண்டு மேற்கிலிருந்து அக்குறுக்குப்பாதையை அணுகும் அடுத்த மூன்று வாகனங்களுக்கு நிகழ்தகவினை காண்க.

(i) எல்லாம் நேராக சென்றால்

(ii) எல்லாம் ஒரே திசையில் சென்றால்

(iii) இரண்டு வலப்பக்கமாகவும் ஒன்று இடப்பக்கமாகவும் சென்றால்

(iv) எல்லாம் வெவ்வேறான திசையில் சென்றால்.

இம் மூன்று தொடர்ச்சியான வாகனங்கள் எல்லாம் ஒரே திசையில் சென்றால் அவை மூன்றும் இடப்பக்கமாகவே பெரும்பான்மையாக செல்லும் எனக்காட்டுக.

$x_1, x_2, \ldots x_n$ எனும் ஒரு தொகுதியிலிருந்து n எண்ணிக்கையுடைய மாதிரிகள் எழுமாறாக தெரிவுசெய்யப்படுகின்றன என எடுக்க.

மாதிரி இடை $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ எனவும்

மாதிரி மாறல்திறன் $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$

எனவும் (σ ஆனது நியமவிலகல் என அழைக்கப்படும்) தரப்பட்டுள்ளது.

250 பக்கங்களை கொண்ட புத்தகமொன்றில் ஒவ்வொரு முதல் 200 பக்கங்களிலுமுள்ள அச்சுப்பிழைகள் x எண்ணிக்கையானவை என அவதானிக்கப்பட்டது. அத்துடன் பின்வரும் விபரங்களும் கண்டுபிடிக்கப்பட்டது.

அச்சுப்பிழைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை 120 உம் அச்சுப்பிழைகளின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 5032 உம் ஆகும். ஒவ்வொரு பக்கங்களிலும் உள்ள அச்சுப்பிழைகளின் எண்ணிக்கையின் நியம விலகல், இடையைக் காண்க.

பின்பு கடைசி 50 பக்கங்களில் ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் உள்ள அச்சுப்பிழைகளின் எண்ணிக்கையின் இடை, நியம விலகல் முறையே 4.4, 2.2 ஆகும் என கண்டறியப்பட்டது.

மேல்தரப்பட்ட தரவுகளைப் பாவித்து புத்தகத்தில் ஒவ்வொரு பக்கங்களிலுமுள்ள அச்சுப்பிழைகளின் எண்ணிக்கையின் இடையையும் நியம விலகலையும் இரு தசமதானங்களுக்கு தருக.

10. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று l நீளமுடைய நீட்சியடையாத இழையொன்றின் ஒரு முனையில் கட்டப்பட்டு இழையின் மறுமுனை நிலைத்த புள்ளி O இல் இணைக்கப்பட்டு துணிக்கையானது புவியீர்ப்பின் கீழ் சமநிலையில் உள்ளது. அத்துணிக்கை வேகம் u உடன் கிடையாக எறியப்படுமெனின்

(i) O இனூடு கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை இழையானது ஆக்கினால் இழையிலுள்ள இழுவை $(3g\cos\theta - 2g + u^2/l)$ எனக்காட்டுக.

(ii) O இனுடைய கிடைமட்டத்தை துணிக்கையானது அடையக்கூடியவெனின் u ஆனது எடுக்கக்கூடிய ஆகக்குறைந்த சாத்தியமான பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) இழையானது முதன்முறையாக கிடையாக வரும்போது இழையினுடைய இயக்கத்தின் தளத்திற்கு செங்குத்தாக O இலிருந்து $l/2$ தூரத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ள ஒரு மெல்லிய கிடைச்சட்டத்தினை தொடுகிறது. சட்டத்தினுடைய மட்டத்திற்கு மேலாக $l/2$ உயரத்தில் அதனுடைய அதியுயர் ------ உயரத்தினை அடையும் முன்பாக $2gl < u^2 < 7gl/2$ எனின் இழையானது தொய்யும் எனக்காட்டுக.

l நீளமுடைய இலேசான சுருளி வில் ஒன்று அதனது அடிப்பாகம் நிலையாக பொருத்தப்பட்டு அதனது அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்கும்படி வைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று அதன் மேல் பகுதியில் வைக்கும் போது அச்சுருளிவில்லானது தூரம் $d\ (< l)$ ஆல் நெருக்கப்படுகிறது. (அத்துணிக்கையானது ஓய்வில் உள்ளது) அதே துணிக்கையானது சுருளிவில்லின் மேற்பகுதியிலிருந்து h உயரத்திலிருந்து விழவிடப்பட்டால், அத்துணிக்கையானது ஒரு எளிமை இசை இயக்கத்தினை வீச்சம் $a = \sqrt{d^2+2dh}$ உடன் ஆற்றும் என காட்டுக. இங்கு $l \geqslant a+d$ என தரப்பட்டுள்ளது.

- பதிப்புரிமை உடையது -