074

THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA

DIPLOMA IN TECHNOLOGY – FOUNDATION (LEVEL 01)

FINAL EXAMINATION - 2006

MPZ 1330/MPF 1330 - PURE MATHEMATICS II

DURATION – THREE (03) HOURS

DATE : 05th March 2007 TIME: 09.30 a.m. – 12.30 p.m.

YOU CANT USE MOBILE PHONES AS A CALCULATORS.
ANSWER (06) QUESTIONS ONLY BY SELECTING AT LEAST ONE QUESTION FROM EACH SECTION. YOU CAN USE CALCULATORS.

SECTION – A

01. a) Given that x, y > 0 and x > y;

$$3x^2 + 3y^2 + 7xy = 207$$

$$x^2 + y^2 - 5xy = 41$$

Find the values for $x^2 + y^2$ and xy. Hence write down two equations for $(x+y)^2$ and $(x-y)^2$.

Find the values for x and y.

b) Find the factors of $x^2 + 4x - 21$, $x^2 - x - 6$ and $6x^2 - 5x - 39$.

Hence solve the equation

$$\sqrt{x^2 + 4x - 21} + \sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{6x^2 - 5x - 39}$$

c) Solve the simultaneous equations,

$$2x + 3y + 4z = 29$$

$$5x - 3y + 4z = 17$$

$$x + y + z = 9$$

OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA LIBRARY

02. a) Show that $\log_a b.\ \log_b c.\ \log_c a = 1$

Hence deduce that $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$

By using the above result and, $\log_p q^n = n\log_p q$

Show that; $\log_a b^3 \log_b c^2\ \ \log_c a^3 = 18$

b) Solve the simultaneous equations

$\log_3 x + \log_3 y = 2, \quad \log_y x = 3$

c) If $10^x + 10^{-x} = 4$, then show that $x = \log_{10}(2 + \sqrt{3})$

03. a) If a, b, and c are real, then show that the equation $(x-a)(x-b) = c^2$ has real roots.

b) If α and β are the roots of the equation $x^2 + 7x - 3 = 0$,

Show that $\alpha^3+\beta^3+7(\alpha^2+\beta^2) - 3(\alpha+\beta) = 0$

c) $\lambda \in I\!R$ and $f(x) \equiv (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$

Find the minimum integer value of λ.

Such that f(x) positive for all real value of x.

OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA LIBRARY

SECTION - B

04. a) Prove the following identities

i. $\operatorname{Sin}^2 2\theta(\cot^2\theta - \tan^2\theta) = 4\cos 2\theta$

ii. $\operatorname{Sin} 3\theta - \operatorname{Cos} 3\theta = (\operatorname{Cos}\theta + \sin\theta)(4\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Sin}\theta - 1)$

iii. $\dfrac{SinACos2A + Sin3ACos6A}{SinASin2A + Sin3ASin6A} = Cot5A$

iv. $\operatorname{Sin}2\theta(1+2\operatorname{Cos}\theta) = \operatorname{Sin}\theta + \operatorname{Sin}2\theta + \operatorname{Sin}3\theta$

b) ABC is an isosceles triangle with AB=AC; A Circle through B and C intersect AB in D and AC in F. Then show that AD = AF.

05. a) If $\text{Tan}\ \theta = \frac{4}{3}$ and θ is an acute angle. Find the values for Sin 2θ, Cos 2θ and Tan 2θ. Deduce the values for Cos 4θ, Sin 4θ.

b) Find the values of $\text{Cos}\ \frac{7\pi}{12}$ by using $\frac{\pi}{3}$ and $\frac{\pi}{4}$.

Given $\text{Sin}\ \frac{\pi}{10} = \frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)$ find the exact value of $\text{Cos}\ \pi/5$.

06. a) Find the values of Cosec θ, Cot θ, and Cos θ, such that

i. Cosec θ + Cot θ = - 3 ii. Cosec θ - Cot θ = -13

Also find the range of θ.

b) By using $\text{Tan}\ 2\theta = \frac{2Tan\theta}{1 - Tan^2\theta}$,

Show that $\text{Tan}\ 4\theta = \frac{4Tan\theta - 4Tan^3\theta}{1 - 6Tan^2\theta + Tan^4\theta}$

Deduce that when $\text{Tan}\ \theta = 1/5$

$\text{Tan}\ (4\theta - \pi/4) = \frac{1}{239}$

SECTION - C

07. a) Evaluate the limits

i. $\lim_{x \to 8} \frac{\sqrt{x+1}-3}{x^2-64}$ ii. $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

b) Find the differential coefficient (derivatives) of the following with respect to x.

i. $y = \ln \left| x - \sqrt{x^2+1} \right|$ ii. $y = \frac{a\cos x + b}{b\cos + a}$

iii. $y = \mathrm{Tan}^{-1}\left[\frac{a\cos x + b}{b\cos x + a}\right]$

c) If $y = e^{ax}\mathrm{Cos}\, bx$. Find $\frac{dy}{dx}$ and $\frac{d^2y}{dx^2}$. Hence deduce that $\frac{dy_1}{dx}$ and $\frac{d^2y_1}{dx^2}$.

Where $y_1 = e^{-ax}\mathrm{Cos}\, bx$

08. a) Let $y = f(x) = 3x^4 + 16x^3 + 18x^2$ find $\frac{dy}{dx}$. Hence find the turning points of the graph sketch the graph $y = 3x^4 + 16x^3 + 18x^2$;

State the set of values of k for which the equation $f(x) = k$ has two real roots for x.

b) Air is being pumped into a spherical balloon at the rate of $10\pi cm^3 s^{-1}$. Find the rate of change of the balloon when the radius of the balloon is 5 cm.

Find the change of the area of the balloon when the radius of the balloon is 5 cm.

Given that volume of sphere with radius r is $\frac{4}{3}\pi r^3$ and the surface area $4\pi r^2$.

09. a) Integrate the following with respect to x.

i. $\int Sin8xCos6xdx$ ii. $\int Sin^3xCos^5xdx$

iii. $\int \frac{dx}{4x^2 - 6x + 25}$ iv. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 2x - 2x^2}}$

b) Evaluate the following integrals.

i. $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{Sinx + Cosx}$

ii. $\int_1^2 \frac{(2x+1)dx}{\sqrt{2x^2 + 2x + 2}}$

iii. $\int_0^{\pi/4} \frac{3Sinx + 4Cos + 24}{3Cosx + 4SInx + 25} dx$

iv. $\int_2^3 \frac{2xdx}{(1-x)(1+x^2)}$

10. a) Sketch the graph of curves C_1 and C_2 respectively $y^2 = x$ and $y = x^2$ in the same diagram.

Find the intersecting points of C_1 and C_2. Given that the area S bounded by the curves C_1, C_2.

Find the value of S.

b) By means of the substitution $u = x^2$ or otherwise find

$\int x^3 e^{x^2} dx$ giving your answer in terms of x.

-Copyrights reserved -

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

ඉංජිනේරු තාක්ෂණය පිළිබඳ ඩිප්ලෝමා පාඨමාලාව - මට්ටම 01

අවසාන පරීක්ෂණය - 2006

MPZ 1330/MPF 1330 - ශුද්ධ ගණිතය II

කාලය - පැය 03 යි.

දිනය - 2007.03.05 දින   වේලාව - පැය 09.30 - 12.30 දක්වා

A,B හා C කොටසකින් අඩුම වශයෙන් එක් ප්‍රශ්නයක්වත් තෝරා ගනිමින් ප්‍රශ්න 6 කට පිළිතුරු සපයන්න. Non programmable ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කළ හැක. ගණක යන්ත්‍ර සඳහා ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩ දෙනු නොලැබේ.

A - කොටස

01. (a) $x,y > o$ හා $x > y$ බවත් දී තිබේ.

$3x^2 + 3y^2 + 7xy = 207$

$x^2 + y^2 - 5xy = 41$ වේ.

$x^2 + y^2$ ට සහ xy ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

ඒනයින් $(x+y)^2$ ට හා $(x-y)^2$ ට සමීකරණ දෙකක් ලියන්න.

x හා y හි අගයන් සොයන්න.

(b) $x^2 - 4x - 21$, $x^2 - x - 6$, $6x^2 - 5x - 39$ ප්‍රකාශණවල සාධක සොයන්න.

ඒනයින් $\sqrt{x^2+4x-21} + \sqrt{x^2-x-6} = \sqrt{6x^2-5x-39}$

සමීකරණ විසඳන්න.

(c) මෙ සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

$2x + 3y + 4z = 29$

$5x - 3y + 4z = 17$

$x + y + z = 9$

02. (a) $\log_a b.\log_b c.\log_c a = 1$ බව සාධනය කරන්න.

ඒනයින් $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$ බව අපෝහනය කරන්න.

මෙ ප්‍රතිඵලයත් $\log_p q^n = n\log_b q$ යන ප්‍රතිඵලයත් භාවිතා කර

$\log_a b^3.\log_b c^2.\log_c a^3 = 18$ බව පෙන්වන්න.

(b) මෙ සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

$$\log_3 x + \log_3 y = 2 \qquad \log_y x = 3$$

(c) $10^x + 10^{-x} = 4$ විට $x = \log_{10}(2+\sqrt{3})$ බව පෙන්වන්න.

03. (a) **a, b, c** තාත්වික විට

(x -a) (x - b) = c² සමීකරණයේ මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.

(b) **α** හා **β** යනු $x^2 + 7x - 3 = 0$ හි මූල නම්

$\alpha^3 + \beta^3 + 7(\alpha^2 + \beta^2) - 3(\alpha + \beta) = 0$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\lambda \in / R$ හා $f(x) \equiv (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$

x හි සියළු තාත්වික අගයන්ට ධන වනසේ **λ** ට ගත හැකි අඩුතම නිඛිල අගය සොයන්න.

B - කොටස

04. (a) මෙ සර්වසාම්‍යය සාධනය කරන්න.

(i) $\sin^2 2\theta(\cot^2\theta - \tan^2\theta) = 4\cos 2\theta$

(ii) $\sin 3\theta - \cos 3\theta = (\cos\theta + \sin\theta)(4\cos\theta\sin\theta - 1)$

(iii) $\dfrac{\sin A\cos 2A + \sin 3A\cos 6A}{\sin A\sin 2A + \sin 3A\sin 6A} = \cot 5A$

(iv) $\sin 2\theta(1 + 2\cos\theta) = \sin\theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta$

(b) **ABC** සමද්විපාදි ත්‍රිකෝණයේ **AB = AC** වේ. **B** හා **C** ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයන් **AB** හා **AC** පාද පිළිවෙලින් **D** හා **F** හිදී ඡේදනය කරයි. **AD = AF** බව පෙන්වන්න.

05. (a) **Tan θ = 4/3** වන පරිදි **θ** සුළු කෝණයකි. **sin 2θ, cos 2θ** හා **tan 2θ** සඳහා වූ අගයන් සොයන්න.

ඒනයින් **cos 4θ** හා **sin 4θ** හි අගයන් අපෝහනය කරන්න.

(b) $\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{4}$ කෝණ ඇසුරෙන් $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ සොයන්න.

(c) $\sin\dfrac{\pi}{10} = \dfrac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)$ බව දී තිබේ. $\cos\dfrac{\pi}{5}$ සඳහා නිවැරදි අගයන් සොයන්න.

06. (a) (i) **cosec θ + cot θ = -3** (ii) **cosec θ - cot θ = -13** වනසේ **cosec θ , cot θ ,** හා **cos θ** හි අගයන් සොයන්න. ඒ ඒ අවස්ථාවේදී **θ** හි පරාසය සොයන්න.

(b) $Tan2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ භාවිතයෙන්

$$Tan\,4\theta = \frac{4\tan\theta - 4\tan^3\theta}{1-6\tan\theta + Tan^4\theta}$$ බව පෙන්වන්න.

$Tan\,\theta = 1/5$ විට $Tan(4\theta - \pi/4 = \dfrac{1}{239}$ බව අපෝහනය කරන්න.

07. (a) මේ සීමා අගයන්න.

(i) $\underset{x \to 8}{\mathcal{L}t}\ \dfrac{\sqrt{x+1}-3}{x^2-64}$ (ii) $\underset{x \to 0}{\mathcal{L}t}\ \dfrac{1-\cos x}{x^2}$

(b) පහත ශ්‍රිතවල x විෂයයෙන් අවකලණ සංගුණක (ව්‍යුත්පන්න) සොයන්න.

(i) $y = \ln\left|x - \sqrt{x^2+1}\ \right|$ (ii) $y = \dfrac{a\cos x + b}{b\cos x + a}$ (iii) $y = Tan^{-1}\left[\dfrac{a\cos x + b}{b\cos x + a}\right]$

(c) $y = e^{ax}\cos bx$ නම් $\dfrac{dy_1}{dx}$ හා $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ සොයන්න.

ඒනයින් $\dfrac{dy_1}{dx}$ හා $\dfrac{d^2y_1}{dx^2}$ අපෝහනය කරන්න.

මෙහි $y_1 = e^{-ax}\cos bx$ වේ.

08. (a) $y = f(x) = 3x^4 + 16x^3 + 18x^2$ නම් $\dfrac{dy}{dx}$ සොයන්න.

එනයින් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$f(x) = k$ සමීකරණයට තාත්වික මූල දෙකක් තිබෙන පරිදි **k** හි අගය කුලකය සොයන්න.

(b) ගෝලාකාර බැලුමකට නියත $10\pi\, cm^3 s^{-1}$ සීඝ්‍රතාවයෙන් හුළං පුරවනු ලැබේ. බැලුමේ අරය **5cm** විට එහි අරය වෙනස්වන සීඝ්‍රතාවය සොයන්න.

බැලුමේ අරය **5cm** විට පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාවය ද සොයන්න.

අරය **r** වූ ගෝලයක පරිමාව $\frac{4}{3}\pi r^3$ බවත් පෘෂ්ඨවර්ගඵලය $4\pi r^2$ බවත් දී ඇත.

09. **(a)** **x** විෂයයෙන් අනුකලනය කරන්න.

(i) $\int \sin 8x \cos 6x\, dx$ (ii) $\int \sin^3 x \cos^5 x dx$

(iii) $\int \frac{dx}{4x^2 - 6x + 25}$ (iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 2x - 2x^2}}$

(b) මේ අනුකලන අගයන්න.

(i) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ (ii) $\int_0^{\pi/4} \frac{(3\sin x + 4\cos x + 24)}{3\cos x + 4\sin x + 25} dx$

(iii) $\int_1^2 \frac{(2x+1)dx}{\sqrt{2x^2 + 2x + 2}}$ (iv) $\int_2^3 \frac{2x dx}{(1-x)(1+x^2)}$

10. **(a)** $y^2 = x$ හා $x = y^2$ සමීකරණවලින් පිළිවෙලින් දෙනු ලබන C_1 හා C_2 වක්‍ර දෙක එකම සටහනක අඳින්න.

ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය සොයන්න.

C_1 හා C_2 වක්‍ර දෙකෙන් මායිම් වන **S** වර්ගඵලය සොයන්න.

$u = x^2$ ආදේශයෙන් හෝ අන් අයුරකින් $\int x^3 e^{x^2} dx$ අනුකලනය සොයන්න. පිළිතුර **x** පද වලින් දෙන්න.

\- හිමිකම් ඇවිරිණි. -

u72

இலங்கைத் திறந்த பல்கலைக்கழகம்.

தொழில்நுட்பவியல் டிப்ளோமா - அடிப்படை (மட்டம் 01)

இறுதிப் பரீட்சை - 2006

MPZ 1330 / MPF 1330 - தூயகணிதம் II

காலம் - மூன்று மணித்தியாலங்கள்

திகதி : 05.03.2007 நேரம் : 9.30 - 12.30

கணிப்பானாக கையடக்க தொலைபேசியை பாவிக்க முடியாது.

ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்தும் ஆகக்குறைந்தது ஒரு வினாவையேனும் தெரிவு செய்து மொத்தமாக ஆறு (06) வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

கணிப்பானைப் பாவிக்கலாம்.

OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA LIBRARY

பகுதி A

01.

(a)
$$3x^2 + 3y^2 + 7xy = 207$$
$$x^2 + y^2 - 5xy = 41$$

இங்கு $x, y > 0$, $x > y$; எனின்

x^2+y^2, xy என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. மேலும் $(x+y)^2$, $(x-y)^2$ என்பவற்றிற்கான சமன்பாடுகளை எழுதி x, y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $x^2+4x-21$, x^2-x-6, $6x^2-5x-39$ என்பவற்றின் காரணிகளைக் கண்டு,

$$\sqrt{x^2+4x-21} + \sqrt{x^2-x-6} = \sqrt{6x^2-5x-39}$$

இனை தீர்க்க.

(c) பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டை தீர்க்க

$$2x + 3y + 4z = 29$$
$$5x - 3y + 4z = 17$$
$$x + y + z = 9$$

02.

(a) $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$ எனக் காட்டுக.

மேலுள்ள முடிவுகளையும் $\log_p q^n = n \log_p q$ இனையும் பயன்படுத்தி

$$\log_a b^3 \cdot \log_b c^2 \cdot \log_c a^3 = 18$$ எனக் காட்டுக.

(b) பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டை தீர்க்க

$$\log_3 x + \log_3 y = 2$$
$$\log_y x = 3$$

(c) $10^x + 10^{-x} = 4$ எனின்

$x = \log_{10}(2+\sqrt{3})$ எனக் காட்டுக.

03.

(a) a, b, c என்பன மெய்யெண்கள் எனின்

$(x-a)(x-b) = c^2$ இற்கு மெய் மூலங்கள் உண்டு எனக் காட்டுக.

(b) $x^2 + 7x - 3 = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனின்

$\alpha^3 + \beta^3 + 7(\alpha^2 + \beta^2) - 3(\alpha + \beta) = 0$ எனக்காட்டுக.

(c) $f(x) = (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$ எனின் x இன் அனைத்து மெய்யெண்களுக்கும், $f(x)$ ஆனது நேராக இருக்குமாறு λ இன் இழிவு நிறையெண்ணைக் காண்க.

04.

(a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

(i) $\sin^2 2\theta(\cot^2\theta - \tan^2\theta) = 4\cos 2\theta$

(ii) $\sin 3\theta - \cos 3\theta = (\cos\theta + \sin\theta)(4\cos\theta\sin\theta - 1)$

(iii) $\dfrac{\sin A\cos 2A + \sin 3A\cos 6A}{\sin A\sin 2A + \sin 3A\sin 6A} = \cot 5A$

(iv) $\sin 2\theta(1 + 2\cos\theta) = \sin\theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta$

(b) $AB = AC$ ஆகுமாறு ABC ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியாகும். B, C இற்கு ஊடாகச் செல்லும் ஓர் வட்டம், AB, AC என்பவற்றை முறையே D, F இல் இடைவெட்டுகிறது எனின் $AD = AF$ எனக் காட்டுக.

05. θ ஓர் கூர்ங்கோணம் எனவும் $\tan\theta = \frac{4}{3}$ எனவும் தரப்படின்.

(a) $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$, $\tan 2\theta$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து $\cos 4\theta$, $\sin 4\theta$ என்பவற்றைக் காண்க.

(b) $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$ என்பவற்றை பயன்படுத்தி $\cos\frac{7\pi}{12}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) $\sin\frac{\pi}{10} = \frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)$ எனின் $\cos\frac{\pi}{5}$ இற்கான மிகச் சரியான பெறுமதியைக் காண்க.

06.

(a) (i) $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = -3$

(ii) $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = -13$ எனின்

$\operatorname{cosec}\theta$, $\cot\theta$, $\cos\theta$ என்பவற்றைக் காண்க.
அத்துடன் θ இற்கான தீர்வைக் காண்க.

(b) $\tan 2\theta = \dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ இனை பாவித்து

$$\tan 4\theta = \frac{4\tan\theta - 4\tan^3\theta}{1-6\tan^2\theta+\tan^4\theta}$$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து

$\tan\theta = \dfrac{1}{5}$ ஆகும் போது

$\tan\theta\left(4\theta - \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{239}$ எனக் காட்டுக.

பகுதி C

07.

(a) பின்வரும் எல்லைகளைக் காண்க

(i) $\lim_{x\to 8} \dfrac{\sqrt{x+1}-3}{x^2-64}$

(ii) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$

(b) பின்வருவனவற்றின் x சார்பான வகையீட்டுக் குணகத்தை காண்க.

(i) $y = \ln\left|x - \sqrt{x^2+1}\right|$

(ii) $y = \dfrac{a\cos x + b}{b\cos x + a}$

(iii) $y = \tan^{-1}\left[\dfrac{a\cos x + b}{b\cos x + a}\right]$

(c) $y = e^{ax} \cos bx$ எனின் $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ என்பவற்றைக் காண்க.

இதிலிருந்து

$$y_1 = e^{-ax} \cos bx$$ எனின்

$\frac{dy_1}{dx}$, $\frac{d^2y_1}{dx^2}$ என்பவற்றைக் காண்க.

08.

(a) $y = f(x) = 3x^4 + 16x^3 + 18x^2$ எனின்

$\frac{dy}{dx}$ ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து வளையியின் திரும்பற் புள்ளிகளைக் காண்க,

$y = 3x^4 + 16x^3 + 18x^2$ எனும் வளையியை வரைக.

$f(x) = k$ எனும் சமன்பாடானது x இற்கு இரு மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும் வண்ணம் k இன் பெறுமானங்களைக் கூறுக.

(b) ஓர் கோளவடிவ பலூன் ஒன்றினுள் $10\pi \; cm^3 s^{-1}$ எனும் வீதத்தில் வளியானது உட்செலுத்தப்படுகின்றது. பலூனின் ஆரை 5 cm ஆக இருக்கும் போது பலூனின் மாற்ற வீதத்தைக் காண்க.

பலூனின் ஆரை 5 cm ஆக இருக்கும் போது பலூனின் பரப்பு மாற்றவீதத்தைக் காண்க.

ஆரை r உடைய கோளத்தின் கனவளவு $\frac{4}{3}\pi r^3$ எனவும், மேற்பரப்பு $4\pi r^2$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது.

09. (a) பின்வருவனவற்றை x சார்பாக தொகையிடுக.

(i) $\int \sin 8x \cos 6x \, dx$

(ii) $\int \sin^3 x \cos^5 x \, dx$

(iii) $\int \frac{dx}{4x^2 - 6x + 25}$

(iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 2x - 2x^2}}$

(b) பின்வருவனவற்றை தொகையிட்டுப் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ (ii) $\int_0^{\pi/4} \frac{3\sin x + 4\cos x + 24}{3\cos x + 4\sin x + 25} \, dx$

(iii) $\int_1^2 \frac{(2x+1)}{\sqrt{2x^2 + 2x + 2}} \, dx$ (iv) $\int_2^3 \frac{2x}{(1-x)(1+x^2)} \, dx$

10. (a) ஒரே வரிப்படத்தில், வளையிகள் C_1, C_2 முறையே $y^2 = x, y = x^2$ ஆகுமாறு வரைக.

C_1, C_2 ஆகியன இடைவெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

வளையிகள் C_1, C_2 இனால் அடைக்கப்பட்ட பரப்பு S எனத்தரப்பட்டுள்ளது. S இன் பெறுமதியைக் காண்க.

(b) $u = x^2$ என பிரதியிடுவதன் மூலமோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ $\int x^3 e^{x^2} dx$ ஐக் கண்டு விடையை x இன் சார்பில் தருக.