ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව හා තාක්‍ෂනය පිළිබඳ පදනම් පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්‍ෂණය - 11 2014/2015

PAF/PAE 2202 - සංයුක්ත ගණිතය II

කාලය :- පැය 3 යි.

දිනය:- 2015.05.23 **වේලාව-පෙ.ව.9.30 – පෙ.ව 12.30**

$g=10\ ms^{-2}$ ලෙස ගන්න.

A කොටස

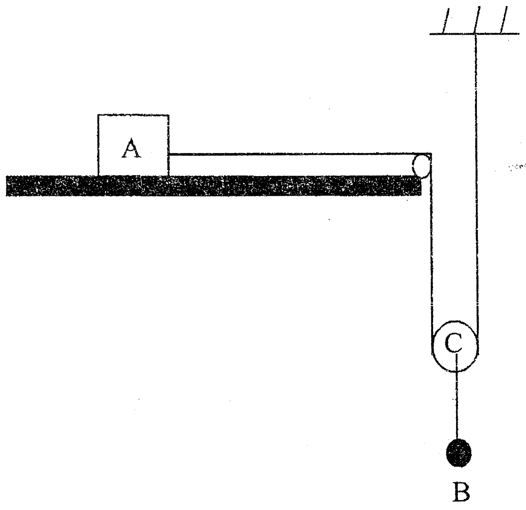
සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

(1) O ලක්‍ෂයෙන් $2ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් ආරම්භ කරන අංශුවක් $2ms^{-2}$ නියත ත්වරණයක් යටතේ සරල රේඛිය මාර්ගයක ගමන් කරයි. ඊට තත්පර දෙකකට පසුව දෙවන අංශුවක් එම O ලක්‍ෂයෙන්ම නිශ්චල තාවයෙන් ගමන් අරඹා එම මාර්ගය දිගේම $6ms^{-2}$ නියත ත්වරනයක් යටතේ චලනය වේ. දෙවන අංශුව, පළමු අංශුව පසුකරන්නේ O සිට කොපමණ දුරකදීද?

(2) මෙට්‍රික් ටොන් 200 බර දුම්රියක් තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{50}\right)$ ආනතියකින් යුත් කන්දක් ඉහලට ගමන් කරන්නේ උපරිම ප්‍රවේගයක් සහිතවය. එම අවස්ථාවේ දුම්රියේ එන්ජිම 800kW ක්‍ෂමතාවයකින් ක්‍රියාකරයි. දුම්රියේ චලිතයට ඇතිවන මාර්ග ප්‍රතිරෝධය සොයන්න.

(3) සමතල පොලවේ පිහිටි ලක්‍ෂයක සිට තිරසට 30° කෝණයකින් ආනතව $60ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් අංශුවක් ප්‍රක්‍ෂපනය කරයි. එම මොහොතේම O සිට 100m දුරින් O හා එකම තිරස් රේඛාවේ පොලව මත පිහිටි ලක්‍ෂයකින් $50ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ඊට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට තවත් අංශුවක් ප්‍රක්‍ෂපනය කරයි. මෙම අංශු දෙක ගැටෙයි නම් දෙවන අංශුවේ ප්‍රක්‍ෂපන කෝනයද ගැටිම සඳහා ගතවන කාලයද සොයන්න.

(4)



රූපයේ පරිදි ස්කන්ධය m වූ A නම් අංශුවක් සුමට මේසයක් මත නිශ්චලතාවයේ තබා අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙලවරක් (රූපය) මෙම අංශුවටද අනෙක් කෙලවර මේසයේ අග කෙලවරේ පිහිටි සුමට අචල කප්පියක් මතින් පන්නා, මේසයට පහලින් ඇති C සුමට සචල කප්පියක් වටා ගොස් සිලිමේ පිහිටි ලක්ෂයට සම්බන්ධ කොට ඇත. C සචල කප්පියට ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශුවක් සම්බන්ධ කොට ඇත. කප්පියේ ත්වරණයද තන්තුවේ ආතතියද සොයන්න.

(5) ස්කන්ධය 0.1kg වූ A නම් අංශුවක් සුමට මේසයක් දිගේ $5ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වී නිශ්චලතාවයේ ඇති B අංශුවක් හා සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු A ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත් වෙයිද $e = \frac{1}{2}$ නම්, B අංශුවේ ස්කන්ධය සොයන්න. ගැටුමට පසු B අංශුවේ ප්‍රවේගයද, ඇතිවන ආවේගි බලයද සොයන්න.

(6) නිව්ටන් $3P, 7P, P, 2P, mP$ හා nPN වන එක් තල වල පද්ධතියක් සවිධි ෂඩාස්‍රයක $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{FE}$ හා $\overline{FA}$ පාද ඔස්සේ ක්‍රියාකරයි.

a) බල පද්ධතියට බලයුග්මයට ඌනනය වන විට

b) AD දිගේ ක්‍රියාකරන තනිබලයකට ඌනනය වන විට යන අවස්ථා සඳහා m හා n සොයන්න.

(7) බර 200N වූ AB ඒකාකාර දන්ඩක A කෙලවර රළු බිම්තලයක් මතද B කෙලවරට ගැට ගසන ලද අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් දන්ඩ සීමාකාරි සමතුලිතතාවයේ පවතින්නේ දන්ඩ තිරසට 30° කෝනයකින් ආනතව හා තන්තුව සිරසට 30° කෝනයකින් ආනතව පිහිටන සේය, තන්තුවේ ආතතිය ද A ලක්ෂයේදී දණ්ඩ හා බිමතලය අතර ඝර්ෂන කෝනයද සොයන්න.

(8) $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අභිශූන්‍ය නොවන දෛශික දෙකක් විට $(\underline{a}+\underline{b}).(\underline{a}-\underline{b})=|\underline{a}|^2-|\underline{b}|^2$ බව පෙන්වන්න.

(9) A හා B යනු සිද්ධි දෙකකි. $P(A)=\frac{1}{3}$ $P(B)=\frac{1}{2}$ සහ $P(A\cap B)=\frac{1}{10}$, $P\left(A'/B'\right)$ හා $P\left(B'/A\right)$ අගයන්න. මෙහි C' මගින් C කුලකයේ අනුපූරකය දැක්වේ.

(10) 2, 3, 6, 2, 1, x, y, z යන දත්ත වල මධ්‍යනයය හා මාතය පිලිවෙලින් 4 හා 6 වේ. x, y හා z අගයන්න. මෙම දත්ත අටේ සම්මත අපගමනයද සොයන්න.

B කොටස

(11) කාලය $t=0$ දි නිශ්චලතාවයෙන් A නම් මොටර්රථයක් $f\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරනයක් යටතේ චලිතය ආරම්භ කරන මොහොතේම B මොටර් රථයක් $3V\ ms^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් A පසුකරයයි. $t=Ts$ කාලයකට පසුව A මොටර් රථය $4V\ ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයකට එලැබී එම ප්‍රවේගයෙන්ම චලිත වේ. A මොටර් රථය ආරම්භක ස්ථානයේ සිට dm දුරකදි B පසුකර යයි නම් A මොටර් රථය නියත ප්‍රවේගයෙන් $\frac{4V}{f}s$ කාලයක් ගමන්කල බවද $24V^2 = fd$ බවද පෙන්වන්න.

(12) i) මිනිසකු 6kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් නැගෙනහිරට ගමන් කරයි. ඔහුට උතුරින් සුලගක් හමන්නාසේ දැනේ. මිනිසා ඔහුගේ ප්‍රවේග දෙගුන කල විට සුලග ඊසාන දෙසින් හමන්නා සේ දැනේ. මෙම චලිතය තුල සුලගේ ප්‍රවේගය වෙනස් නොවන්නෙ යයි උපකල්පනය කරමින් සුලගේ සත්‍ය ප්‍රවේගය හා දිශාව සොයන්න.

ii) ස්කස්ධය M වූ සුමට කුඤයක් සුමට තිරස් තලයක් මත තබා කුඤයේ α ආනතියකින් යුතු සුමට තලය මත, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා එය u ප්‍රවේගයේ එම තලය දිගේ ප්‍රක්ෂපනය කරනු ලැබේ. එම අංශුව ප්‍රක්ෂෙප කල ස්ථානය පසු කිරිම සඳහා ගතවන කාලය $\left(\frac{M\operatorname{cosec}\alpha + m\sin\alpha}{g(M+m)}\right)2u$ බව පෙන්වන්න.

(13) i) ස්කන්ධය m වූ සුමට ගෝලයෙන් සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලිත වී ස්කන්ධය m' වූ නිශ්චලතාවයේ ඇති ඒ හා සමාන ගෝලයක් හා සරල ලෙස ගැටේ. මෙම ගැටුමේදි චාලක ශක්තියෙන් $1/2$ හානිවේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුනකය $1/\sqrt{2}$ ට වඩා වැඩිනොවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

ii) O නම් ලක්‍ෂයෙන් එකම ප්‍රක්ෂෙපන ප්‍රවේගයෙන් එහෙත් ප්‍රක්‍ෂපන කෝණයන් α හා $90-\alpha$ වන පරිදි එකම මොහොතේ අංශ දෙකක් ප්‍රක්ෂෙපනය කරනු ලැබේ. අංශු දෙකේ තිරස් පරාස සමාන බව පෙන්වන්න. තවද චලිතයේ ඕනෑම මොහොතකදි අංශු දෙකේ පිහිටීම් යාකරන රේඛාව තිරසට 45° කෝනයකින් ආනතවන බව පෙන්වන්න.

(14) i) AB හා BC අවිතන්‍ය එකක දිග l වන තන්තු දෙකක් ස්කන්ධය m වූ B අංශුවකට සම්බන්ධ කොට තිබේ. A හා C අනිත් කෙලවරවල් එකම සිරස් රේඛාවේ පිහිටන සේද C ට l දුරක් ඉහලින් A පිහිටන සේද අචල ලක්‍ෂ දෙකකට සම්බන්ධ කොට ඇත. මෙම අංශුව නියත ω කෝණික ප්‍රවේගයෙන් තිරස් වෘත්තයක් ගෙවා යයි.

i) AB තන්තුවේ ආතතියද

ii) තන්තු දෙකම තදව පවතිනසේ ω ට ගතහැකි අවම අගයද සොයන්න.

ii) ස්වාභාවික දිග 1m වන ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙලවරක් සුමට තිරස් මේසයක A නම් අචල ලක්ෂයකටද අනෙක් කෙලවර ට $2kg$ අංශුවකට ඈදා ඇත. අංශුව මේසය දිගේ AC=1.5m එකක් C ලක්ෂයකට ඇද අතහරිනු ලැබේ. AB=1m වනසේ AC මත B ලක්ෂය පිහිටා ඇත. ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවේ ප්‍රත්‍යස්ථ මාපාංකය 10N නම්,

i) අංශුව C සිට B දක්වා B කේන්ද්‍රය කොට සරල අනුවර්ති චලිතයක යෙදෙන බවද

ii) B සිට C දක්වා යාමට ගතවූ කාලය $\frac{\pi\sqrt{5}}{10}s$ බවද,

iii) B හිදී අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{\sqrt{5}}{2}ms^{-1}$ බවද

iv) $\frac{4\sqrt{5}}{5}s$ කාලයක් අංශුව ඒකාකාර ප්‍රවේගෙන් ගමන් කරන බවද පෙන්වන්න.

(15) i) AB ඒකාකාර දණ්ඩක බර W වන අතර, එය A හිදී සුමටව අසව් කොට B හිදී යෙදෙන $W/\sqrt{3}$ වූ තිරස් බලයක් මගින් තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව පිහිටනසේ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. A ලක්‍ෂයේ දි ඇති ප්‍රතික්‍රියාව තිරසට 60° කෝණයකින් ආනත බවද, එහි විශාලත්වයද සොයන්න. තවද $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ බවද පෙන්වන්න.

ii) $ABCD$ සෘජුකොණාස්‍රයේ $AB = 1m$ හා $AD = 2m$ වන අතර M යනු AD වල මධ්‍යලක්ෂයවේ. විශාලත්වය නිව්ටන් $1N, 2N, 4N, 6N, 3\sqrt{2}N, \sqrt{5}N$ වූ ඒකතල බල පද්ධතියක් CB, DA, BA, CD, MB, DB පද දිගේ අනුපිළිවෙලින් ක්‍රියාකරයි.

a) සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත් එය AB දිශාවට ආනතියත් සොයන්න.

b) මෙම සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියාරේඛාව AB හෝ දික්කරන ලද AB ඡේදනය කරන ලක්ෂය සොයන්න.

(16) i) කේන්ද්‍රයේ 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන්නා වූද අරය a වූද වෘත්තචාපයක් ආකාරයට ඒකාකාර කම්බියක් නවා ඇත. එම කම්බියේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සොයන්න.

ii) AB ඒකාකර කම්බියක් අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක් ආකාරයට නමා ඇත. මෙම කම්බිය A ගෙන් නිදහසේ එල්ලූවිට සිරසට දරණ ආනතිය සොයන්න. කම්බියේ බරට සමාන බරක් B ගෙන් එල්ලූවිට, AB සිරසට ඇතිකරන නව ආනතිය සොයන්න.

(17) i) a) A හා B යනු S නියැදි අවකාශයේ ඕනෑම ස්වායක්ත සිද්ධි දෙකක් නම් A' හා B', S නියැදි අවකාශයේ ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් බව පෙන්වන්න. මෙහි C' මගින් C කුලකයේ අනුපූරකය දැක්වේ.

b) X පෙට්ටියේ රතු බෝල දෙකක්ද, සුදු බෝල 4ක්ද ඇත. Y පෙට්ටියේ රතුබෝල දෙකක්ද සුදු බෝල 2ක්ද ඇත. සසම්භාවී ලෙස X පෙට්ටියෙන් බෝලයක් ගෙන Y පෙට්ටියට දමනු ලැබේ. දැන් Y පෙට්ටියෙන් අනුයාත ලෙස බෝල දෙකක් ඉවතට ගනු ලැබේ. (ප්‍රතිස්ථාපනයක් රහිතව) පහත සඳහන් සම්භාවිතා සොයන්න.

a) ඉවතට ගත් බෝල තුනම රතුපාට වීමේ
b) ඉවතට ගත් බෝල තුනම සුදුපාට වීමේ
c) බෝල දෙකක් පමණක් රතුපාට ඒවා වීමේ
d) අඩුම වශයෙන් එක් බොලයක්වත් රතුපාට වීමේ

iii) විදුහලක A හා B පන්ති දෙකේ ළමුන් 13 වසරේදී සංයුක්ත ගණිතය සඳහා ලබාගත් ලකුණු ව්‍යාප්ති දෙකක් දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
A පන්තියේ සිසුන්	6	5	12	4	3

ලකුණු පරාසය	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
B පන්තියේ සිසුන්	8	7	16	5	4

එක් එක් පන්තියේ ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යනය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න. දැන් මෙම පන්ති දෙකේම ළමුන් 70ක් ඇති තනි පන්තියක් ලෙස සලකා, එම පන්තියේ මධ්‍යනය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

The Open University of Sri Lanka
Foundation course in Science and Technology– Level 02
Final Examination 2014/2015
PAF2202/PAE2202– Combined Mathematics II

Duration: - Three (3) Hours.

Date: 23/05/2015 **Time: 9.30a.m. – 12.30p.m.**

PART – A

Take g=10 ms^{-2}

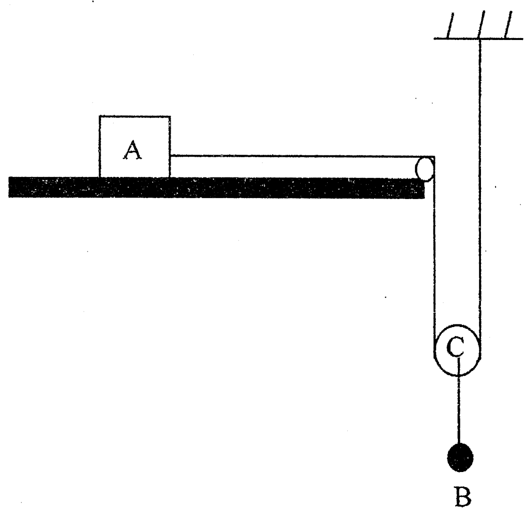
Answer all questions.

(1) A particle starts from a point O with initial velocity of $2ms^{-1}$ and travels along a straight line with a constant acceleration of $2ms^{-2}$. Two seconds later a second particle starts from rest at O and travels along the same line with an acceleration of $6ms^{-2}$. Find how far from O the second particle overtakes the first.

(2) A train of mass 200 metric tons has a maximum speed of $20ms^{-1}$ up a hill inclined at $\sin^{-1}\left(\frac{1}{50}\right)$ to the horizontal, when the engine is working at 800kW. Find the resistance to the motion of the train.

(3) A particle is projected from a point O with an initial velocity $60ms^{-1}$ at angle 30° to the horizontal. At the same instant, a second particle is projected in the opposite direction with initial speed $50ms^{-1}$ from a point in the same horizontal level with O and 100m from O. Find the angle of projection of the second particle if they collide and the time at which this occurs.

(4)



A particle A of mass m rests on a smooth horizontal table and is connected by a light inextensible string passing over a smooth fixed pulley at the edge of the table and under a smooth light pulley C to fixed point on the ceiling as shown in diagram. The pulley C carries a particle B of mass $2m$. Find the acceleration of C and the tension in the string.

(5) A sphere of mass 0.1kg is moving with speed $5ms^{-1}$ when it collides directly with a stationary sphere B. If A is brought to rest by the impact and $e = \frac{1}{2}$. Find the mass of B, its speed just after the impact and magnitude of the instantaneous impulses.

(6) Forces $3P, 7P, P, 2P, mP$ and nP N act along the sides $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{FE}$ and $\overrightarrow{FA}$ of a regular hexagon. Find the values of m and n if

(a) The six forces reduces to a couple

(b) The system reduces to a single force along AD

(7) A uniform rod AB of weight 200N is lying on rough horizontal ground when a string attached to B begins to lift that end of the rod. When AB is inclined at 30° to the ground, the end A is about to slip. At this instant the string is inclined at 30° to the vertical. Calculate the tension in the string and the angle of friction between the rod and the ground.

(8) Prove that $(\underline{a}+\underline{b}).(\underline{a}-\underline{b})=|\underline{a}|^2-|\underline{b}|^2$, where $\underline{a}$ and $\underline{b}$ are non zero two vectors.

(9) Let A and B be two events such that $P(A)=\frac{1}{3}$ $P(B)=\frac{1}{2}$ and $P(A\cap B)=\frac{1}{10}$. Find $P(A'/B')$ and $P(B'/A)$ where C' denotes the complement of an event C and $P(A/B)$ denote the conditional probability of A given B.

(10) The mean and the mode of the following eight observations are 4 and 6 respectively. Hence x, y and z are real numbers.

$$2, 3, 6, 2, 1, x, y, z$$

Find the values of x, y and z and calculate the standard deviation of the eight observations.

PART – B

Answer five questions only.

(11) At $t = 0$, car A starts from rest with constant acceleration $f\ ms^{-2}$ and at the same instant another car B is moving with a constant velocity $3V\ ms^{-1}$ and passes car A. After $t = T$ seconds, car A has a maximum velocity of $4V\ ms^{-1}$. Then it continues to move with the same constant velocity. If car A passes car B at a distance $d\ m$ from the starting point, show that the time car A has traveled with constant velocity is $\frac{4V}{f}\ s$ and prove that $24V^2 = fd$.

(12) (i) When a man is moving due east at a speed of 6kmh^{-1}, the wind appears to blow from the north. But when he doubles this speed, it appears to blow from Northeast. Find the direction and speed of the wind, assuming them to unchanged throughout.

(ii) A wedge of mass M whose slope is α placed on a smooth horizontal plane. A particle of mass m is placed on inclined surface of the wedge and it is projected upwards with a velocity u, along the inclined plane. Show that the time taken by the particle to return to its stationary point is $\left(\frac{M\operatorname{cosec}\alpha + m\sin\alpha}{g(M+m)}\right)2u$.

(13) (i) A smooth sphere of mass m, moving with speed u on a smooth horizontal table, impinges directly on an equal sphere of mass m' which is at rest. If half the kinetic energy is lost in the impact, prove that the coefficient of restitution e is not greater than $1/\sqrt{2}$.

(ii)Two particles are projected simultaneously from a point O with the same initial speed but with angles of elevation α and $90-\alpha$. Prove that the range of the two particles is the same and show that at any time during their flight the line joining them is inclined at 45° to the horizontal.

(14) (i)Two light inextensible strings AB and BC each of length l are attached to a particle of mass m at B. The other ends A and C are fixed to two points in a vertical line such that A is at a distant l above C. The particle describes a horizontal circle with constant angular velocity ω.

Find (i) Tension in AB

(ii) The least value of ω so that both strings shall be taut.

(ii) A particle of mass $2kg$ is attached to one end of an elastic string of natural length 1m whose other end is fixed to point A on a smooth horizontal plane. The particle is parallel across the plane to a point C where AC=1.5m and is released from rest at C. B is a point on AC such that AB=1m. If the modulus of the string is 10N show that

(a) from C to B the particle performs simple harmonic motion with centre B

(b) the time taken to travel from B to C is $\frac{\pi\sqrt{5}}{10}s$

(c) the speed at B is $\frac{\sqrt{5}}{2}ms^{-1}$

(d) the particle then travel for $\frac{4\sqrt{5}}{5}s$ with constant speed.

(15) (i) A uniform rod AB of weight W can turn freely about end A which is fixed. It is in equilibrium at an angle θ to the horizontal when a horizontal force $W/\sqrt{3}$ is applied at the end B. Show that the direction of the reaction at A is 60° to the horizontal. Find the magnitude of reaction and show that $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

(ii) A rectangle $ABCD$ has $AB = 1m$ and $AD = 2m$ and M is the mid-point of AD. Forces $1N, 2N, 4N, 6N, 3\sqrt{2}N, \sqrt{5}N$ act along CB, DA, BA, CD, MB, DB respectively, the direction of the forces being indicated by the order of the letters.

(a). Find the magnitude and the inclination to AB of the direction of the resultant force.

(b). Find also the point of intersection of the line of action of the resultant with the line AB (Produced if necessary).

(16) (i) Find the position of the centre of gravity of a uniform wire bent into form of an arc of a circle of radius a and subtending an angle 2α at the centre.

(ii) A thin uniform wire AB is bent into the form of a semicircle. Find the inclination of AB to the vertical when the wire is freely suspended from A. A particle equal to the weight of the wire is now attached to B. Find the new inclination of AB to the vertical.

(17) (i) (a) A and B are any two independent event on a sample space S. Prove that A' and B' are also independent event on S, where C' is a complement of C.

(b) A box X has 2 red balls and 4 white balls. Another box Y has 2 red balls and 2 white balls. A ball is taken from X at random and is put into Y. From Y, 2 balls are drawn successively without replacement. Find the probability that

(α) All three balls drawn are red

(β) All three balls drawn are white

(γ) Two balls drawn are red

(κ) At least two balls drawn are red

(ii) A, B are two classes in the maths section of a school. The tables summaries the marks obtained by students for a Combined mathematics test in grade 13.

Marks range	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
Student of class A	6	5	12	4	3

Marks range	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
Student of class B	8	7	16	5	4

Calculate the mean and standard deviation of the marks in each class.
Now these two classes are considered as one class with 70 students. Find the mean and the standard deviation of the combined class.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானம் மற்றும் தொழில்நுட்பவியல் அடிப்படை கற்கைநெறி – மட்டம் 02
தொடர் மதிப்பீட்டுப் பரீட்சை 2014/2015
PAF2202/PAE2202– இணைந்த கணிதம் II

காலம் : - மூன்று (3) மணித்தியாலங்கள்.

திகதி: 23/05/2015 | **நேரம்: மு.ப 9.30 – பி.ப 12.30**

பகுதி – A

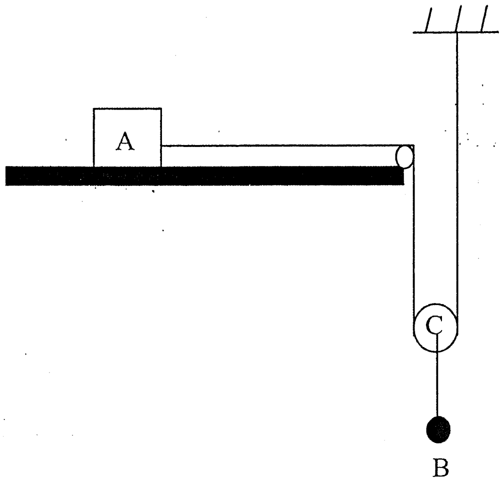
$g = 10ms^{-2}$ என கொள்க.
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

(1) ஒரு துணிக்கையானது புள்ளி O விலிருந்து தொடக்க வேகம் $2ms^{-1}$ உடன் ஆரம்பித்து மாறா ஆர்முடுகல் $2ms^{-2}$ உடன் ஒரு நேர்கொட்டின் வழியே பயணிக்கின்றது. இரண்டு நிமிடங்களின் பின் இரண்டாவது துணிக்கையானது புள்ளி O வில் ஓய்விலிருந்து ஆரம்பித்து ஆர்முடுகல் $6ms^{-2}$ உடன் அதேநேர்கொட்டின் வழியே பயணிக்கினறது. O விலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் இரண்டாவது துணிக்கையானது முதலாவதை முந்திச் செல்லும் என காண்க.

(2) 200 மெற்றிக் தொன் திணிவுடைய ஒரு ரயிலானது 800kW உடன் வேலைசெய்யும் போது கிடை மட்டத்துடன் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{50}\right)$ சாய்ந்துள்ள மலையின் மீது அதிகபட்சக் கதி $20ms^{-1}$ ஐக் கொண்டுள்ளது. ரயிலின் இயக்கத்துக்கான தடையைக் காண்க.

(3) ஒரு துணிக்கையானது புள்ளி O ளிவிலிருந்து கிடைமட்டகோணம் 30° உடன் ஆரம்பவேகம் $60ms^{-1}$ ல் எறியப்படுகிறது. அதேசமயத்தில, இரண்டாவது துணிக்கையானது O வின் அதே கிடைமட்ட நிலையிலும் O விலிருந்து 100m தூரத்திலும் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து எதிர்த்திசையில் ஆரம்பவேகம் $50ms^{-1}$ உடன் எறியப்படுகிறது. அவை இரண்டும் மோதுமாயின் இரண்டாவது துணிக்கையின் எறியக்கோணம் மற்றும் இம் மோதுகை நடைபெறும் நேரத்தையும் காண்க.

(4)



[1]

m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை A ஆனது ஒப்பமான கிடையான மேசையில் ஓய்வில் உள்ளது. இது படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கூரைமீதுள்ள நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து ஒப்பமான இலேசான கப்பி C யிற்கு கீழாகவும் மேசையின் விளிம்பில் உள்ள ஒப்பமான நிலைத்த கப்பியிற்கு மேலாகவும் செல்லும் நீட்ட முடியாத இலேசான இழையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கப்பி C ஆனது $2m$ திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை B யை சுமந்திருக்கிறது. கப்பி C யின் ஆர்முடுகல் மற்றும் இழையில் உள்ள இழுவையைக் என்பவற்றைக் காண்க.

(5) வேகம் $5ms^{-1}$ உடன் நகரும் 0.1kg திணிவுடைய கோளமானது நிலையான கோளம் B உடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. மொத்தல் காரணமாக A ஆனது ஓய்வுக்கு கொண்டுவரப்படுகிறது மற்றும் $e = \frac{1}{2}$ என்றால். B யின் திணிவு, அதனுடைய மொத்தலின் பின்னரான வேகம் மற்றும் கணநிலை கணத்தாக்கின் பருமன் என்பவற்றைக் காண்க.

(6) $3P, 7P, P, 2P, mP$ மற்றும் nP N எனும் விசைகள் ஒழுங்கான அறுகோணியின் பக்கங்கள்

$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{FE}$ மற்றும் $\overrightarrow{FA}$ வழியே தாக்குகின்றன.

(a) ஆறு விசைகளும் ஒரு இணையாக ஒடுங்குமாயின்
(b) தொகுதியானது AD வழியே தனி ஒரு விசையாக ஒடுங்குமாயின்
m மற்றும் n ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(7) 200N நிறை உடைய சீரான கம்பி AB கரடான கிடைத்தரையில் உள்ளது. ஒரு இழையானது கம்பியின் B முடிவிடத்தில் இணைக்கப்பட்டு உயர்த்தப்படுகிறது. AB ஆனது தரையுடன் 30° யில் சாய்க்கப்படும் போது , முடிவிடம் A ஆனது நழுவ ஆரம்பிக்கிறது. இக் கணத்தில் இழையானது நிலைக்குத்துடன் 30° சாய்வில் உள்ளது. இழையில் உள்ள இழுவை மற்றும் தரைக்கும் கம்பிக்கும் இடையேயான உராய்வுக் குணகம் என்பவற்றைக் கணிக்குக.

(8) $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ ஆகியன பூச்சியமல்லாத இரு காவிகள் எனின் $(\underline{a}+\underline{b}).(\underline{a}-\underline{b}) = |\underline{a}|^2 - |\underline{b}|^2$ என நிறுவுக.

(9) $P(A) = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{1}{2}$ மற்றும் $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$ ஆகுமாறு A மற்றும் B ஆகியன இரு நிகழ்ச்சிகள் என்க. நிகழ்ச்சி C யின் நிரப்பியானது C' என குறிக்கப்படுமாயின் $P(A'/B')$ மற்றும் $P(B'/A)$ என்பவற்றைக் காண்க.

(10) பின்வரும் எட்டு அவதானங்களினதும் இடை மற்றும் ஆகாரம் என்பன முறையே 4 மற்றும் 6 ஆகும்.

2, 3, 6, 2, 1, x, y, z

இங்கு x, y மற்றும் z ஆகியன மெய் எண்களாயின்.

x, y மற்றும் z ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க மற்றும் எட்டு அவதானங்களினதும் நியம விலகலையும் காண்க.

பகுதி – B

ஐந்து வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

(11) $t=0$ல், கார் A ஆனது மாறா ஆர்முடுகல் $f\, ms^{-2}$ உடன் ஓய்விலிருந்து ஆரம்பிக்கின்றது. அதே சமயத்தில் மற்றுமொரு கார் B ஆனது மாறா வேகம் $3V\, ms^{-1}$ உடன் நகர்ந்து A ஐ கடந்து செல்கின்றது. $t=T$ நிமிடங்களுக்குப் பின்பு, கார் A ஆனது அதியுயர் வேகம் $4V\, ms^{-1}$ ல் உள்ளது. பின்னர் அது தனது வேகத்தை மாற்றாமல் அதே வேகத்துடன் பயணத்தை தொடர்கின்றது. கார் A ஆனது கார் B யை ஆரம்பப் புள்ளியில் இருந்து $d\, m$ தூரத்தில் கடந்து செல்லுமாயின், கார் A ஆனது மாறா வேகத்துடன் பயணித்த நேரம $\frac{4V}{f}\, s$ எனக் காட்டுக மற்றும் $24V^2 = fd$ என நிறுவுக.

(12) (i) ஒரு மனிதன் 6kmh^{-1} வேகத்தில் கிழக்கே நகரும் போது, காற்று வடக்கில் இருந்து வீசுவதாக தோன்றுகிறது. ஆனால் அவன் தனது வேகத்தை இரு மடங்காக்கும் போது, இது வடகிழக்கில் இருந்து வீசுவதாக தோன்றுகிறது. காற்றின் வேகத்தையும் திசையையும் காண்க, அவை இரண்டும் எப்போதும் மாறாது என கொள்க.

(ii) M திணிவும் α சாய்வுமுடைய ஆப்பு ஒன்று ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கையானது ஆப்பின் சரிவான மேற்பரப்பில் வைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் இது சாய்வான மேற்பரப்பின் வழியே மேல் நோக்கி வேகம் u உடன் எறியப்படுகிறது. துணிக்கையானது மீண்டும் அதன் நிலையான புள்ளிக்கு திரும்புவதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\left[\frac{M\operatorname{cosec}\alpha + m\sin\alpha}{g(M+m)}\right]2u$ என காட்டுக.

(13) (i) திணிவு m ஐ உடைய ஒப்பமான கோளமானது கதி u உடன் ஒப்பமான கிடையான மேசையில் நகருகின்றது, அது ஓய்வில் உள்ள திணிவு m' ஐ உடைய ஒரு சம கோளத்தை நேரடியாக மோதுகின்றது. மோதுகை காரணமாக அரைவாசி இயக்க சக்தி இழக்கப்படுமாயின், இதன் மீளமைவுக் குணகம் e ஆனது $1/\sqrt{2}$ ஐ விட பெரியதல்ல என நிறுவுக.

(ii) இரு துணிக்கைகள் புள்ளி O விலிருந்து சமமான ஆரம்ப வேகத்திலும் ஆனால் வேறுபட்ட ஏற்றக்கோணங்கள் α மற்றும் $90-\alpha$ வில் ஒருங்கமைய எறியப்படுகிறது. இரு துணிக்கைகளினதும் வீச்சம் சமன் என நிறுவக மற்றும் அது பறக்கும் போது எந்த நேரத்திலும் அவற்றை இணைக்கும் நேர் கோடானது கிடையுடன் 45° சாய்விலிருக்கும் எனக் காட்டுக.

(14) (i) ஒவ்வொன்றும் நீளம் l ஐ உடைய இரு நீட்ட முடியாத இலேசான இழைகள் AB மற்றும் BC ஆகியன B யிலே m திணிவுடைய துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மற்ற முனைகள் செங்குத்தான கோட்டில் C யிற்கு மேலே l தூரத்தில் A எனும் விதத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை மாறாக் கோணவேகம் ω உடன் ஒரு கிடை வட்ட இயக்கத்தை ஆற்றுமாயின்.

(i) AB யில் உள்ள இழுவை
(ii) இரு இழைகளும் இறுக்கமாக இருக்குமாயின் ω வின் மிகக் குறைந்த பெறுமானம் என்பவற்றைக் காண்க.

(ii) இயற்கை நீளம் 1m உடைய மீள்தன்மை இழையின் ஒரு முனையில் $2kg$ திணிவுடைய துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டு மறு முனையனது ஒப்பமான கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி A யிலும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது AC=1.5m ஆகுமாறு தளத்திலுள்ள சமாந்தரமான புள்ளி C யில் இருக்கிறது. இது C யில் ஓய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. AB=1m ஆகுமாறு B ஆனது AC யில் உள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும். இழையின் மட்டு 10N ஆகவிருப்பின்.

(a) C யில் இருந்து B க்கு துணிக்கையானது B ஐ மையமாகவுடைய எளிமை இசை இயக்கத்தை ஆற்றும் எனவும்

(b) B யில் இருந்து C க்கு செல்ல எடுக்கும் நேரம் $\frac{\pi\sqrt{5}}{10}s$ எனவும்

(c) B யில் கதி $\frac{\sqrt{5}}{2}ms^{-1}$ எனவும்

(d) பின்னர் துணிக்கையானது $\frac{4\sqrt{5}}{5}s$ இற்கு மாறாகதியுடன் பயணம் செய்யும் எனவும் காட்டுக.

(15) (i) W நிறையையுடைய ஒரு சீரான கம்பி AB ஆனது அது இணைக்கப்பட்டுள்ள அதன் முடிவிடம் A பற்றி சுயாதீனமாக திரும்பக்கூடியது. அதன் மறு முனை B யில் ஒரு கிடை விசை $W/\sqrt{3}$ ஐ பிரயோகிக்கம் போது கிடையுடன் θ கோணத்தில் சமநிலையில் உள்ளது. A யில் உள்ள மறுதாக்கத்தின் திசையானது கிடையுடன் 60° எனக் காட்டுக. மறுதாக்கத்தின் பருமனைக் காண்க மற்றும் $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ எனக் காட்டுக.

(ii) செவ்வகம் $ABCD$யில் $AB = 1m$ மற்றும் $AD = 2m$ மற்றும் M ஆனது ADயின் நடுப்புள்ளியாகவுமுள்ளது. முறையே பக்கங்கள் CB, DA, BA, CD, MB, DB வழியே விசைகள் $1N, 2N, 4N, 6N, 3\sqrt{2}N, \sqrt{5}N$ என்பன தாக்குகின்றன, விசைகளின் திசையானது எழுத்துக்களின் வரிசையில் சுட்டிக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

(a) விளையுள் விசையின் பருமன் மற்றும் AB யுடன் அதன் திசையின் சாய்வையம் காண்க.

(b) விளையுள் விசையின் தாக்கக் கோடானது கோடு AB ஐ இடைவெட்டும் புள்ளியைக் காண்க (தேவையானால கோடு AB ஐ நீட்டுக).

(16) (i) ஆரை a ஐயும் மையத்தில் 2α கோணத்தையும் எதிரமைக்கும் ஒரு வட்ட வில் வடிவில் வளைந்துள்ள சீரான கம்பியின் ஈர்வை மையத்தின் தானத்தைக் காண்க.

(ii) ஒரு மெல்லிய கம்பி AB ஆனது அரை வட்ட வடிவில் வளைந்துள்ளது. AB ஆனது A யில் சுயாதீனமாக நிறுத்தி வைக்கப்பட்டிருப்பின் நிலைக்குத்துடன் AB யின் சாய்வைக் காண்க. கம்பியின் நிறைக்கு சமனான நிறையுடைய ஒரு துணிக்கையானது B யிலே இணைக்கப்படுகிறது நிலைக்குத்துடன் AB யின் புதிய சாய்வைக் காண்க.

(17) (i) (a) A மற்றும் B ஆகியன மாதிரி வெளி S ல் உள்ள இரு சாரா நிகழ்ச்சிகளாகும். A' மற்றும் B' ஆகியனவும் மாதிரி வெளி S ல் உள்ள சாரா நிகழ்ச்சிகளாகும் என நிறுவுக, இங்கு C யின் நிரப்பியானது C' ஆகும்.

(b) ஒரு பெட்டி X யினுள் 2 சிவப்பு நிற பந்துகளும் 4 வெள்ளை நிற பந்துகளும் உள்ளன. மற்றுமொரு பெட்டி Y யினுள 2 சிவப்பு நிற பந்துகளும் மற்றும் 2 வெள்ளை நிற பந்துகளும் உள்ளன. X இலிருந்து ஒரு பந்தானது எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்டு Y யினுள் இடப்படுகிறது. Y இலிருந்து , 2 பந்துகள் ஒன்றன் பின் ஒன்றாக மீள வைக்கப்படாமல் எடுக்கப்படுமாயின்.

(α) அனைத்து மூன்று பந்துகளும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான

(β) அனைத்து மூன்று பந்துகளும் வெள்ளையாக இருப்பதற்கான

(γ) இரண்டு பந்துகள் சிவப்பாக இருப்பதற்கான

(κ) ஆகக் குறைந்தது இரண்டு பந்துகள் சிவப்பாக இருப்பதற்கா

நிகழ்தகவுகளைக் காண்க்.

(ii) A , B ஒரு பாடசாலையின் கணிதப் பிரிவில் உள்ள இரு வகுப்புக்களாகும். அட்டவணையானது இணைந்த கணிதத்தில் தரம் 13 ல் மாணவர்கள் பெற்றுக்கொண்ட புள்ளிகளை சுருக்கமாகத் தருகிறது.

புள்ளிகளின் வீச்சு	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
வகுப்பு A யில் உள்ள மாணவர்கள்	6	5	12	4	3

புள்ளிகளின் வீச்சு	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
வகுப்பு B யில் உள்ள மாணவர்கள	8	7	16	5	4

ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் புள்ளிகளுக்கான இடை மற்றும் நியம விலகல் என்பவற்றைக் காண்க.

இப்போது இவ்விரு வகுப்புக்களும் 70 மாணவர்களையுடைய ஒரு வகுப்பாக கருதப்படுமாயின். இணைந்த வகுப்பறையில் உள்ள இடை மற்றும் நியம விலகல் என்பவற்றைக் காண்க.