ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව හා තාක්ෂණය උපාධිය සඳහා වූ පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය -2014/2015

PAF/PAE 2201 - සංයුක්ත ගණිතය I

කාලය :- පැය 01 1/2 යි.

දිනය:- **2014.09.27** වේලාව-ප.ව.9.30 – ප.ව **11.00**

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

(1) (a) $\sin 3A$ හා $\cos 3A$ සඳහා සූත්‍ර භාවිතාකරමින් $\tan 3A = \dfrac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) $\tan\alpha + 2\tan 2\alpha + 4\tan 4\alpha + 8\cot 8\alpha = \cot\alpha$ බව පෙන්වන්න.

(c) $4\sin^2 x + 9\cos x - 6 = 0$ සමීකරණය $4\cos^2 x - 9\cos x + 2 = 0$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකිබව පෙන්වන්න. එනයින් $4\sin^2 x + 9\cos x - 6 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(2) (a) $\log_a(c) = \dfrac{\log_b(c)}{\log_b(a)}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $\log_2(3)\log_3(4)\log_4(5)\log_5(6)\log_6(7)\log_7(8) = 3$ බව පෙන්වන්න.

(b) $kx^2 + 4x + (5-k) = 0$ සමීකරණය x සඳහා තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් ඇත. මෙහි k යනු නියතයකි.

(i) $k^2 - 5k + 4 > 0$ අසමානතාවය k තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

(ii) එනයින් k සඳහා වූ අගය කුලකය ලියන්න.

(c) $f(x) = x^4 + 5x^3 + ax + b$ ලෙස ගනිමු. මෙහි a හා b නියත වේ.

$f(x)$ යන්න $(x-2)$ න් සහ $(x+1)$ න් බෙදූවිට ලැබෙන ශේෂ සමාන වේ.

(i) a වල අගය සොයන්න.

(ii) $(x+3)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් නම් b වල අගය සොයන්න.

(3) (a) $(2+kx)^7$ ද්විපද ප්‍රසාරනයේ x වල ආරෝහන බල වැඩිවෙන පිළිවෙලට මුල් පද තුන හැකිතරම් සරල ආකාරයෙන් ලියන්න. මෙහි k යනු නියතයකි. මෙම ප්‍රසාරනයේ x^2 සංගුනකය x වල සංගුනකය මෙන් හයගුණයක් වේ නම් k වල අගය සොයන්න.

(b) $\dfrac{1}{(2r-1)(2r+1)} = \dfrac{A}{2r-1} + \dfrac{B}{2r+1}$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න. මෙහි $r \in \mathbb{Z}^+$

එනයින් $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ අගයන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරිවේද?
හේතු දක්වන්න.

(c) $\dfrac{(1+i)^4}{(1-i)^3}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය හා විස්ථාරය සොයන්න. .

The Open University of Sri Lanka
Foundation course in Science and Technology degree – Level 02
No Book Test (NBT) 2014/2015
PAF2201/PAE2201– Combined Mathematics I

Duration :- One and half Hours.

Date: 27/09/2014 **Time: 9.30a.m. – 11.00a.m.**

Answer **all** Questions.

(1) (a) Using the formulae for $\sin 3A$ and $\cos 3A$,

prove that $\tan 3A = \dfrac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}$

Hence or otherwise solve the equation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$

(b) Prove that $\tan\alpha + 2\tan 2\alpha + 4\tan 4\alpha + 8\cot 8\alpha = \cot\alpha$

(c) Show that the equation $4\sin^2 x + 9\cos x - 6 = 0$ can be written as $4\cos^2 x - 9\cos x + 2 = 0$
Hence solve the equation $4\sin^2 x + 9\cos x - 6 = 0$.

(2) (a) Prove that $\log_a(c) = \dfrac{\log_b(c)}{\log_b(a)}$

Hence or otherwise prove that $\log_2(3)\log_3(4)\log_4(5)\log_5(6)\log_6(7)\log_7(8) = 3$

(b) The equation $kx^2 + 4x + (5 - k) = 0$ where k is a constant, has two different real solutions for x.
(i) Show that k satisfies $k^2 - 5k + 4 > 0$
(ii) Hence find the set of possible values of k.

(c) Let $f(x) = x^4 + 5x^3 + ax + b$, where a and b are constants.
The remainder when $f(x)$ is divided by $(x-2)$ is equal to the remainder when $f(x)$ is divided by $(x+1)$.
(i) Find the value of a.
(ii) Given that $(x+3)$ is a factor of $f(x)$, find the value of b.

(3) (a)Find the first three terms in ascending powers of x, of the binomial expansion of $(2+kx)^7$, where k is a constant. Give each term in its simplest form.

Given that coefficient of x^2 is six times of the coefficient of x, find the value of k.

(b) Find the values of A and B such that $\frac{1}{(2r-1)(2r+1)}=\frac{A}{2r-1}+\frac{B}{2r+1}$ where $r\in\mathbb{Z}^+$

Hence find $\sum_{r=1}^{n}\frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$.

Is this series convergent?

Justify your answer.

(c) Find the argument and the modulus of the complex number $\frac{(1+i)^4}{(1-i)^3}$.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானத்தின் அடிப்படை கற்கைநெறி மற்றும் தொழில்நுட்ப பட்டம்– மட்டம் 02

தொடர்ச்சியான முன்னேற்றப் பரீட்சை (NBT) - 2014/2015

PAF 2201/PAE 2201- இணைந்த கணிதம் I

நேரம்: - ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்

திகதி :-27.09.2014 **நேரம்:- மு.ப 9.30 - மு.ப 11.00**

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

(1) (a) $\sin 3A$ மற்றும் $\cos 3A$ என்னும் சூத்திரங்களை பயன்படுத்தி $\tan 3A = \dfrac{3\tan A - \tan^3 A}{1-3\tan^2 A}$ என நிறுவுக.
இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாக $\tan x + \tan 2x + \tan 3x = 0$ என்னும் சமன்பாட்டை தீர்க்க.

(b) $\tan\alpha + 2\tan 2\alpha + 4\tan 4\alpha + 8\cot 8\alpha = \cot\alpha$ என நிறுவுக.

(c) $4\sin^2 x + 9\cos x - 6 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டை $4\cos^2 x - 9\cos x + 2 = 0$ என எழுத முடியுமென காட்டுக.
இதிலிருந்து $4\sin^2 x + 9\cos x - 6 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டை தீர்க்க.

(2) (a) $\log_a(c) = \dfrac{\log_b(c)}{\log_b(a)}$ என நிறுவுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாக $\log_2(3)\log_3(4)\log_4(5)\log_5(6)\log_6(7)\log_7(8) = 3$ என நிறுவுக.

(b) $kx^2 + 4x + (5-k) = 0$ என்னும் சமன்பாடானது x இற்கான இரண்டு வெவ்வேறான மெய் மூலங்களை கொண்டுள்ளது, இங்கு k ஆனது ஒரு மாறிலி ஆகும்.

(i) k ஆனது $k^2 - 5k + 4 > 0$ இனை திருப்தியாக்கும் எனக் காட்டுக.
(ii) இதிலிருந்து k இற்கான பொருத்தமான பெறுமானங்களின் தொடையை காண்க.

(c) $f(x)=x^4+5x^3+ax+b$, இங்கு a மற்றும் b என்பன மாறிலிகள் ஆகும்

$f(x)$ ஆனது $(x-2)$ இனால் பிரிக்கப்படும் போதும் $f(x)$ ஆனது $(x+1)$ இனால் பிரிக்கப்படும் போதும் பெறப்படும் மீதி சமனாகும்.

(i) a இன் பெறுமானத்தை காண்க.

(ii) $(x+3)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணி எனத்தரப்படுகின்றது. b இன் பெறுமானத்தை காண்க.

(3) (a) $(2+kx)^7$ என்னும் ஈருறுப்பு விரிவில் x இன் அதிகரிக்கும் வலுக்களில் முதல் மூன்று உறுப்புக்களையும் காண்க. இங்கு k ஆனது ஒரு மாறிலி ஆகும்.

ஒவ்வொரு உறுப்பையும் அதன் எளிய வடிவில் தருக.

x^2 இன் குணகமானது x குணகத்தின் ஆறு மடங்காகும் எனத்தரப்படுகின்றது. k இன் பெறுமானத்தை காண்க.

(b) $\dfrac{1}{(2r-1)(2r+1)}=\dfrac{A}{2r-1}+\dfrac{B}{2r+1}$ என ஆகுமாறு A மற்றும் B இன் பெறுமானங்களை காண்க , இங்கு $r\in\mathbb{Z}^+$.

இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{n}\dfrac{1}{(2r-1)(2r+1)}$ இனை காண்க.

இத்தொடரானது ஒருங்கு தொடரா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(c) $\dfrac{(1+i)^4}{(1-i)^3}$ என்னும் சிக்கல் எண்ணின் மட்டு மற்றும் வீசல் என்பனவற்றை காண்க.