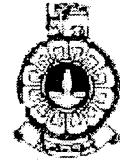


The Open University of Sri Lanka

Foundation Course in Science – Level 02

No Book Test 2013/2014

PAE/PAF 2201- Combined Mathematics I



Duration: - One and half Hours.

Date:-16.01.2014

Time:-1.30p.m-3.00p.m

Answer all Questions.

(1) (a) Assuming $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \theta}{\theta} \right) = 1$, Hence prove that $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\tan \theta}{\theta} \right) = 1$.

(b) Evaluate

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{\theta^2} \right).$$

(c) If $y = (1 + 4x^2) \tan^{-1} 2x$

Prove that

$$(i) (1 + 4x^2) \frac{dy}{dx} - 8xy = 2(1 + 4x^2).$$

$$(ii) (1 + 4x^2) \frac{d^3y}{dx^3} + 8x \frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} = 16.$$

(2) (a) By using partial fractions, find $\int \frac{dx}{x^3 + 1}$.

(b) By using Integration by parts, find $\int e^{4x} \sin 3x dx$.

(c) By using substituting $x = \tan \frac{\theta}{2}$, Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2 \cos x + \sin x} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$.

(3) (a) Find the equations of the lines which passes through the points of intersection of two straight lines $3x + 5y + 2 = 0$ and $2x + 3y - 4 = 0$ and

(i) Parallel to the straight line $x - y + 1 = 0$.

(ii) Perpendicular to straight line $5x + 2y - 3 = 0$.

(b) Find the co-ordinates at the centre and the radius of the circle S whose equation is given by $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ and sketch the circle in the xy -plane.

Let P be the point on the circle S , furthestest the origin O . Write down the Co-ordinates of the point P and show that the equation of the tangent line, l to the circle S at the point P is given by $x + y = 2 + \sqrt{2}$.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව පිළිබඳ පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

සුරිජෝ
මිශ්‍රණ පොත් පරික්ෂණය - 2013/2014



PAF/PAE 2201 - සංයුත්ත ගණිතය I

කාලය :- පැය 01 1/2 කි.

දිනය:- 2014.01.16

වේලාව-ප.ව.1.30 – ප.ව 3.00

(1) (a) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \theta}{\theta} \right) = 1$ බව උපකල්පනය කර $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{\tan \theta}{\theta} \right) = 1$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\lim_{\theta \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{\theta^2} \right)$ අගයන්න.

(c) $y = (1 + 4x^2) \tan^{-1} 2x$ නම්

$$(i) (1 + 4x^2) \frac{dy}{dx} - 8xy = 2(1 + 4x^2) \text{ බවද}$$

$$(ii) (1 + 4x^2) \frac{d^3y}{dx^3} + 8x \frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} = 16 \text{ බවද පෙන්වන්න.}$$

(2) (a) හින්න හාග උපයෝගී කොටගෙන $\int \frac{dx}{x^3 + 1}$ සෞයන්න.

(b) කොටස වශයෙන් අනුකූලනයෙන් උපයෝගී කොටගෙන $\int e^{4x} \sin 3x dx$ සෞයන්න.

$$(c) x = \tan \theta/2 \quad \text{ආදේශයෙන්} \quad \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2 \cos x + \sin x} = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(3) (a) $3x + 5y + 2 = 0$ හා $2x + 3y - 4 = 0$ යන සරල රේඛා දේක් තේදා ලක්ෂය හරහා යන්නාවූද

(i) $x - y + 1 = 0$ සරල රේඛාවට සමාන්තර වූද

(ii) $5x + 2y - 3 = 0$ සරල රේඛාවට ලමිඹක වූද සරල රේඛාවල සමීකරන ලියන්න.

(b) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ සමීකරනය මගින් දෙනු ලබන S වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ බන්ධාංක හා අරය සොයා xy - තළය මත S වෘත්තයේ දැල සටහනක් අදින්න. P යනු S වෘත්තය මත O මූල ලක්ෂයේ සිට ඇතින්ම පිහිටි ලක්ෂයයේ ගනිමු. P ලක්ෂයේ බණ්ඩාංක ලියා දක්වා S වෘත්තයට P ලක්ෂයේදී වූ සපර්ශක රේඛාව වන l හි සමීකරනය $x + y = 2 + \sqrt{2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.