1E

The Open University of Sri Lanka
Foundation course in Science and Technology degree – Level 02
No Book Test (NBT) 2014/2015
PAF2201/PAE2201– Combined Mathematics I

Duration :- One and half Hours.

Date: 15/11/2014 **Time: 9.30a.m. – 11.00a.m.**

1) Let $a \in \mathbb{R}$ It is given that

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+ax)^2-(1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x}-\sqrt{1-a^2x}}=1.$

Find the value of a.

b) Differentiate each of the following with respect to x.

i) $\dfrac{x}{\left(x^2+1\right)^2}$ ii) $x^3\ln\left(1+x^4\right)$ iii) $e^{-\sin^2 x}+Sin\left(e^{x^2}\right)$

c) Find the equation of the tangent to the curve given by
$x=\sqrt{2}\,(Cos\theta+Sin\theta)$; $y=\sqrt{2}\,(Sin\theta-Cos\theta)$

at the point on the curve corresponding to $\theta=\dfrac{\pi}{4}$.

2) a) By using partial fraction find $\displaystyle\int\frac{x}{(x+1)\left(1+x^2\right)}dx$.

b) Let $I=\displaystyle\int_0^1\frac{dx}{x+\sqrt{1-x^2}}$

By the substitution $x=Sin\theta$ show that $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos\theta}{Cos\theta+Sin\theta}d\theta$.

Using a suitable change of variables show that $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos\theta}{Cos\theta+Sin\theta}d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Sin\theta}{Cos\theta+Sin\theta}d\theta$.

Hence evaluate I .

c) By using integration by parts, find $\displaystyle\int x\ln|x|\,dx$.

3) a) Let l_1 and l_2 be the straight lines given by 12x+5y=5 and 5x+12y=4 respectively. Show that the acute angle between l_1 and l_2 is $\tan^{-1}\left(\frac{119}{120}\right)$, and find the equation of the bisector of this angle.

b) A circle $S = 0$ passes through the point (1, 1). If the circle $S' = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ bisects the circumference of the circle $S = 0$. Show that the centre of the circle $S = 0$ lies on a circle and obtain the equation of the circle.

15

COLOMBO REGIONAL
CENTRE
15/11/2014
DATE SIGNATURE
THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA
NAWALA - NUGEGODA

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව හා තාක්ෂණය උපාධිය සඳහා වූ පදනම් පාඨමාලාව - මට්ටම 02

සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය 2 - 2014/2015

PAF/PAE 2201 - සංයුක්ත ගණිතය I

කාලය :- පැය 01 1/2 යි.

දිනය:- **2014.11.15** වේලාව-පෙ.ව.**9.30 – **පෙ.ව **11.00**

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

1) $a \in \mathbb{R}$ ලෙස ගනිමු.

a) $\lim_{x\to 0}\dfrac{(1+ax)^2-(1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x}-\sqrt{1-a^2x}}=1$. නම්, a වල අගය සොයන්න.

b) පහත සඳහන් ශ්‍රිත x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

i) $\dfrac{x}{\left(x^2+1\right)^2}$ ii) $x^3\ln\left(1+x^4\right)$ iii) $e^{-\sin^2 x}+Sin\left(e^{x^2}\right)$

c) $x=\sqrt{2}\left(Cos\theta+Sin\theta\right)$; $y=\sqrt{2}\left(Sin\theta-Cos\theta\right)$ මගින් වක්‍රයක් දී ඇත. එම වක්‍රයට $\theta=\dfrac{\pi}{4}$. ලක්ෂයේදී ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය සොයන්න.

2) a) භින්නභාග උපයෝගී කරගනිමින් $\displaystyle\int\frac{x}{(x+1)\left(1+x^2\right)}dx$ අනුකලනය කරන්න.

b) $\displaystyle I=\int_0^1\frac{dx}{x+\sqrt{1-x^2}}$ ලෙස ගනිමු.

$x=Sin\theta$ ආදේශයෙන් $\displaystyle I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Cos\theta}{Cos\theta+Sin\theta}d\theta$ බව පෙන්වන්න.

සුදුසු විචල්‍ය මාරුකිරිමක් මගින්

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos\theta}{Cos\theta + Sin\theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin\theta}{Cos\theta + Sin\theta} d\theta$$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් I අගයන්න.

c) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය උපයෝගිකොට ගෙන, $\int x \ln|x| dx$ අගයන්න.

3) a) l_1 හා l_2 සරල රේඛා පිලිවෙලින් 12x+5y=5 සහ 5x+12y=4 ලෙස ගනිමු. මෙම l_1 හා l_2 සරල රේඛා දෙක අතර සුලුකෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{119}{120}\right)$, බව පෙන්වන්න. මෙම කෝණයේ කෝණ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණයේ සොයන්න.

b) $S = 0$ වෘත්තය (1, 1) ලක්ෂය හරහා ගමන් කරයි. $S' = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ වෘත්තය $S = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සම්ඡේදනය කරයි. $S = 0$ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වෘත්තයක් මත පිහිටන බවත්, එම වෘත්තයේ සමීකරණයත් සොයන්න.

COLOMBO RE[illegible]NAL CENTRE
15/11/2014
DATE SIGNATURE
THE OPEN UNIVERSITY OF SRI LANKA
NAWALA - NUGEGODA

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானம் மற்றும் தொழில் நுட்பத்தில் அடிப்படைப் பாடநெறி
புத்தகமின்றியப் பரீட்சை (NBT) 2014/2015
PAF2201/ PAE2201- இணைந்த கணிதம் I
காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்

நாள்:- **15.11.2014** நேரம்:- மு.ப9.30– மு.ப11.00

1) $a \in \mathbb{R}$ என தரப்படுகின்றது என்க.

a) $\lim_{x \to 0} \dfrac{(1+ax)^2 - (1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x} - \sqrt{1-a^2x}} = 1.$

a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

b) x குறித்து பின்வருவனவற்றை வகையிடுக.

i) $\dfrac{x}{(x^2+1)^2}$ ii) $x^3 \ln(1+x^4)$ iii) $e^{-\sin^2 x} + Sin\left(e^{x^2}\right)$

c) $x = \sqrt{2}\,(Cos\theta + Sin\theta)$; $y = \sqrt{2}\,(Sin\theta - Cos\theta)$ என்பவற்றால் தரப்படும் வளையிற்கான

$\theta = \dfrac{\pi}{4}$ என்னும் புள்ளியில் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

2) a)) பகுதிப் பின்னத்தினைப் பயன்படுத்தி, $\displaystyle\int \frac{x}{(x+1)(1+x^2)}dx$ இனைக் காண்க.

b) $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x+\sqrt{1-x^2}}$ என்க.

$x = Sin\theta$ என்னும் பிரதியீட்டின் மூலம் $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos\theta}{Cos\theta + Sin\theta} d\theta$ எனக் காட்டுக.

பொருத்தமான மாறிகளின் மாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos\theta}{Cos\theta + Sin\theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin\theta}{Cos\theta + Sin\theta} d\theta$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து I ஐத் துணிக.

c) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் $\displaystyle\int x \ln|x|\, dx$ ஐக் காண்க.

The Open University of Sri Lanka
Foundation course in Science and Technology degree – Level 02
No Book Test (NBT) 2014/2015
PAF2201/PAE2201– Combined Mathematics I

Duration :- One and half Hours.

Date: 15/11/2014 **Time: 9.30a.m. – 11.00a.m.**

---

1) Let $a \in \mathbb{R}$ It is given that

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+ax)^2-(1-ax)^2}{\sqrt{1+a^2x}-\sqrt{1-a^2x}} = 1.$

Find the value of a.

b) Differentiate each of the following with respect to x.

i) $\dfrac{x}{(x^2+1)^2}$ ii) $x^3\ln(1+x^4)$ iii) $e^{-\sin^2 x}+Sin\left(e^{x^2}\right)$

c) Find the equation of the tangent to the curve given by
$x=\sqrt{2}(Cos\theta+Sin\theta)$; $y=\sqrt{2}(Sin\theta-Cos\theta)$

at the point on the curve corresponding to $\theta=\dfrac{\pi}{4}$.

2) a) By using partial fraction find $\displaystyle\int \frac{x}{(x+1)(1+x^2)}dx$.

b) Let $\mathrm{I}=\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{x+\sqrt{1-x^2}}$

By the substitution $x=Sin\theta$ show that $\mathrm{I}=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos\theta}{Cos\theta+Sin\theta}d\theta$.

Using a suitable change of variables show that $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Cos\theta}{Cos\theta+Sin\theta}d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{Sin\theta}{Cos\theta+Sin\theta}d\theta$.

Hence evaluate I.

c) By using integration by parts, find $\displaystyle\int x\ln|x|\,dx$.

3) a) l_1 மற்றும் l_2 என்பன முறையே 12x+5y=5 மற்றும5x+12y=4 என்னும் நேர்கோடுகள் என்க. l_1மற்றும் l_2 என்பவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கூர்ங்கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{119}{120}\right)$எனக் காட்டுக. இக் கோணத்தின் இரு கூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

b) $S=0$ என்னும் வட்டமொன்றானது (1, 1) என்னும் புள்ளியினூடாக செல்கின்றது. $S'=x^2+y^2-2x+4y-3=0$ என்னும் வட்டமானது $S=0$ என்னும் வட்டத்தின் பரிதியை இரு சமக் கூறாக்குகின்றது எனின், $S=0$ என்னும் வட்டத்தின் மையமானது ஒரு வட்டத்தில் உள்ளது எனக் காட்டி அவ்வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைப் பெறுக.

3) a) Let l_1 and l_2 be the straight lines given by 12x+5y=5 and 5x+12y=4 respectively. Show that the acute angle between l_1 and l_2 is $\tan^{-1}\left(\frac{119}{120}\right)$, and find the equation of the bisector of this angle.

b) A circle $S=0$ passes through the point (1, 1). If the circle $S'=x^2+y^2-2x+4y-3=0$ bisects the circumference of the circle $S=0$. Show that the centre of the circle $S=0$ lies on a circle and obtain the equation of the circle.