00068

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி
இறுதிப் பரீட்சை - 2017/2018
பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03
ADU3300/APU1140/ADE3300/APE3140 – காவி அட்சரகணிதம்

காலம்: - இரண்டு மணித்தியாலங்கள்

திகதி : **19.09.2018** நேரம்: மு.ப **09:30** – மு.ப **11:30**

<u>பரீட்சார்த்திகளுக்கான அறிவுறுத்தல்கள்</u>

- இவ் வினாப்பத்திரமானது பகுதி A மற்றும் பகுதி B என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி A கட்டாயமானது அத்துடன் இது பத்து பல்தேர்வு வினாக்களை கொண்டுள்ளது.
- பகுதி B யானது, ஐந்து கட்டுரை வகையான வினாக்களை கொண்டுள்ளது , இதில் மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.
- பகுதி A க்கு தனி விடைதாள் ஒன்று உள்ளது. பரீட்சையின் முடிவில் உங்கள் பதில் புத்தகத்துடன் இந்த தாளை இணைத்து மேற்பார்வையாளரிடம் ஒப்படைக்கவும்.
- எப்பொழுதும் கேள்விக்கான விடையினை புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிப்பதுடன் கேள்விகளின் பகுதிகளுக்கான விடைகள் தெளிவாக பெயரிடப்பட்டுள்ளதா என உறுதிப்படுத்துக.
- இந்த வினாப்பத்திரத்தின் காலம் இரண்டு மணித்தியாலங்கள் ஆகும்.

பகுதி A

01.

(i) நான்கு புள்ளிகள் A, B,C மற்றும் D என்பன முறையே $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ மற்றும் $\underline{d}$ என்பவற்றை தானக்காவிகளாகக் கொண்ட செவ்வகமொன்றின் உச்சிகளைக் குறிக்கின்றன. BE : EC = 3 : 1 என ஆகுமாறு புள்ளி E ஆனது பக்கம் BC யின் மீது உள்ளது என தரப்பட்டுகிறது. காவி $\overrightarrow{AE}$ ஐ குறிப்பது

a. $\underline{a} - \frac{1}{4}(3\underline{c} + \underline{b})$

b. $-\underline{a} + \frac{1}{4}(3\underline{c} + \underline{b})$

c. $\underline{c} - \frac{1}{4}(3\underline{b} - \underline{c})$

d. $\frac{1}{4}\underline{a} + (3\underline{c} - \underline{b})$

e. $-\underline{a} + \frac{3}{4}(\underline{c} + \underline{b})$

0068

(ii) இரண்டு நேர்கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியன முறையே $-\underline{i}+4\underline{j}+3\underline{k}+\lambda(5\underline{i}-\underline{j}+\underline{k})$ மற்றும் $-\underline{i}+4\underline{j}+3\underline{k}+\mu(2\underline{i}-\underline{j}+7\underline{k})$ எனத் தரப்படுகின்றன என்க. இரண்டு நேர்கோடுகளும் புள்ளி X இல் இடைவெட்டுகின்றன அத்துடன் $\lambda=1$ ஆகும் போது புள்ளி Y ஆனது நேர்கோடு l_1 இன் மீதும் உள்ளது. XY இனுடைய நீளமானது

a. $\sqrt{27}$

b. $\sqrt{32}$

c. $\sqrt{21}$

d. $\sqrt{15}$

e. $\sqrt{29}$

(iii) மூன்று புள்ளிகளினுடைய தானக்காவிகள் $k_1\underline{p}, k_2\underline{q}$ மற்றும் $5\underline{p}-\underline{q}$ என்க. மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளவாறு k_1 மற்றும் k_2 என்பவற்றினுடைய பெறுமானங்களாவன.

a. $k_1 = 2$ and $k_2 = -1$

b. $k_1 = -1$ and $k_2 = -1$

c. $k_1 = 1$ and $k_2 = 1$

d. $k_1 = 1$ and $k_2 = -3$

e. $k_1 = 5$ and $k_2 = 1$

(iv) A,B,C மற்றும் D என்பன முறையே $2\underline{i}-\underline{j}+5\underline{k}, 3\underline{i}+\underline{j}+\underline{k}, \underline{i}+6\underline{j}+4\underline{k}$ மற்றும் $x\underline{i}+12\underline{j}-8\underline{k}$ என்பனவற்றைத் தானக்காவிகளாக் கொண்ட புள்ளிகள் என்க. $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{CD}=\underline{0}$ எனின் x இன் பெறுமானமானது

a. 3

b. -4

c. 5

d. 1

e. 4

(v) $\underline{F}(t) = e^t\underline{i} + e^{-t}\underline{j} - 9\underline{k}$ மற்றும் $\underline{G}(t) = e^{2t}\underline{i} + e^t\underline{j} + \underline{k}$ என்பன இரண்டு காவிப் பெறுமானச் சார்புகள் என்க. $\underline{F}(t)$ யானது $\underline{G}(t)$ க்கு செங்குத்தாக இருக்கும் போது t யுடைய பெறுமானமானது

a. 0

b. $\ln 2$

c. $\ln 3$

d. $\ln 1/2$

e. $\ln 4$

(vi) புள்ளி $A(3,-2,1)$ இன் ஊடாகவும் $4\underline{i} - 5\underline{j} + \underline{k}$ க்கு செவ்வனாகவும் இருக்கும் தளமானது

a. $4x - 5y + z = 23$

b. $-4x + 5y - z = -23$

c. $-4x + y - 5z = -19$

d. $-x + 5y - z = 20$

e. $3x - 2y + z = 21$

(vii) காவிப் பெறுமானம சார்பு $\underline{F}(t) = \sin t\,\underline{i} + \frac{1}{t^3 - 27}\underline{j} + \ln(10 - 2t)\underline{k}$ இன் ஆட்சியானது

a. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$

b. $(-\infty, 5)\setminus\{3\}$

c. $(-\infty, 5]\setminus\{3\}$

d. $\mathbb{R}\setminus\{5, 3\}$

e. $(-\infty, 5)$

(viii) பின்வருவனவற்றில் காவிப் பெறுமானச் சார்பு $\underline{f}(t)$ பற்றிய சரியான கோவை எது ?

a. $\int_1^2 \underline{f}(t) \times \underline{f}''(t)dt = \underline{f}(2) \times \underline{f}'(2) - \underline{f}(1) \times \underline{f}'(1)$

b. $\int_1^2 \underline{f}(t) \times \underline{f}''(t)dt = \underline{f}'(2) \times \underline{f}(2) - \underline{f}'(1) \times \underline{f}(1)$

c. $\int_1^2 \underline{f}(t) \times \underline{f}''(t)dt = \underline{f}''(2) \times \underline{f}'(2) - \underline{f}''(1) \times \underline{f}'(1)$

d. $\int_1^2 \underline{f}(t) \times \underline{f}''(t)dt = \underline{f}(2) \times \underline{f}''(2) - \underline{f}(1) \times \underline{f}''(1)$

e. $\int_1^2 \underline{f}(t) \times \underline{f}''(t)dt = \underline{f}(2) - \underline{f}(1)$

(ix) பின்வருவனவற்றில் மையம் $(1,-1,1)$ ஆகவும் மற்றும் ஆரை 5 அலகாகவும் கொண்டதுமான வட்டத்தை பிரதிபலிக்கும் வளையி எது ?

a. $\underline{i} - \underline{j} + \underline{k} + \frac{5}{\sqrt{30}}\cos\theta(2\underline{i} - \underline{j} + 5\underline{k}) + \frac{5}{\sqrt{11}}\sin\theta(\underline{i} + 3\underline{j} - \underline{k})$

b. $\underline{i} - \underline{j} + \underline{k} + \frac{5}{\sqrt{30}}\cos\theta(2\underline{i} + \underline{j} + 5\underline{k}) + \frac{5}{\sqrt{11}}\sin\theta(\underline{i} + 3\underline{j} - \underline{k})$

c. $\underline{i} - \underline{j} + \underline{k} + \frac{5}{\sqrt{30}}\cos\theta(-2\underline{i} - \underline{j} + 5\underline{k}) + \frac{5}{\sqrt{11}}\sin\theta(\underline{i} + 3\underline{j} - \underline{k})$

d. $\underline{i} - \underline{j} + \underline{k} + \frac{5}{\sqrt{30}}\cos\theta(2\underline{i} + \underline{j} + 5\underline{k}) + \frac{5}{\sqrt{11}}\sin\theta(-\underline{i} + 3\underline{j} - \underline{k})$

e. $\underline{i} - \underline{j} + \underline{k} + \frac{5}{\sqrt{30}}\cos\theta(2\underline{i} + \underline{j} + 5\underline{k}) + \frac{5}{\sqrt{11}}\sin\theta(\underline{i} - 3\underline{j} - \underline{k})$

(x) t நேரத்தில் ஒரு துணிக்கையின் தானக்காவியானது $\underline{r}(t) = e^{-t}\underline{i} + e^{2t}\underline{j} + e^{t}\underline{k}$ இனால் தரப்பட்டுள்ளது. இந்த துணிக்கையின் இயக்கம் தொடர்பாக பின்வருமாறு தரப்படுகிறன.

A துணிக்கையின் ஆரம்ப வேகம் $-\underline{i} + 2\underline{j} + \underline{k}$ ஆகும்.

B $t = \ln 2$ என ஆகும் போது துணிக்கையின் தானம் $\frac{1}{2}\underline{i} + 4\underline{j} + 2\underline{k}$ ஆகும்.

C $t = \ln 2$ என ஆகும் போது துணிக்கையின் இயக்க திசை $\frac{r(\ln 2)}{|\underline{r}(\ln 2)|}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது

சரியான கூற்று (கள்) ஆனது (ஆவன)

a) A மட்டும்
b) A யும் C யும் மட்டும்
c) A யும் B யும் மட்டும்
d) A , B மற்றும் C
e) B மட்டும்

பகுதி **B**

மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக .

2. (a) மூன்று வித்தியாசமான புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் $\underline{p}-2\underline{q}$, $\underline{q}$ மற்றும் $\frac{5}{2}\underline{p}-\frac{1}{2}\underline{q}$ என்பவற்றால் தரப்பட்டுள்ளன என்க.

(i) $a\left(\underline{p}-2\underline{q}\right)+b\underline{q}+c\left(\frac{5}{2}\underline{q}-\frac{1}{2}\underline{p}\right)=\underline{0}$ என ஆகுமாறு $a,b,c \in \mathrm{R}\backslash\{0\}$ என்பன உண்டு எனக் காட்டுக.

(ii) இதிலிருந்து மூன்று புள்ளிகளும் ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளன எனக் காட்டுக.

(b) இரண்டு நேர்கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியன முறையே $\underline{r}=\underline{i}+5\underline{j}+5\underline{k}+\lambda\left(2\underline{i}+\underline{j}-\underline{k}\right)$ மற்றும் $\underline{r}=2\underline{j}+12\underline{k}+\mu\left(3\underline{i}-\underline{j}+p\underline{k}\right)$ என்பவற்றால் தரப்பட்டுள்ளன என்க, இங்கு $P\in\mathbb{R}$ ஆகும்.

(i) l_1 மற்றும் l_2 என்பன செங்குத்தானவை எனத் தரப்பட்டுள்ளன. p இனுடைய பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) இரண்டு நேர்கோடுகளும் புள்ளி X இல் இடைவெட்டுகிறன. X இனுடைய தானக்காவியைக் காண்க.

(iii) $\lambda=1$ ஆகும் போது புள்ளி A ஆனது l_1 இன் மீதும் மற்றும் $\mu=1$ ஆகும் போது புள்ளி B ஆனது l_2 இன் மீதும் உள்ளன. புள்ளிகள் A மற்றும் B யின் ஊடாக செல்லும் கோடு l_3 ன் காவிச்சமன்பாட்டை பெறுக.

(iv) மூன்று கோடுகள் l_1, l_2, l_3 என்பவற்றால் அடைக்கப்பட்ட முக்கோணியின் பரப்பை காண்க.

3. (a) $(2,1,4)$, $(-1,4,2)$ மற்றும் $(3,-2,7)$ என்னும் புள்ளிகளின் ஊடாக செல்லும் தளம் P இனுடைய காவிச்சமன்பாட்டை பெறுக.
இதிலிருந்து புள்ளி $(1,-2,8)$ யும் தளம் P இன் மீது உள்ளது எனக் காட்டுக.

(b) A மற்றும் B புள்ளிகளினுடைய தானக்காவிகள் முறையே $10\underline{i}+4j-\underline{k}$ மற்றும் $2\underline{i}-12j+4\underline{k}$ என்க.
பின்வருவனவற்றைக் காண்க

(i) $D(3,-2,-1)$ என்ற புள்ளியின் ஊடாகவும் $\overline{AB}$ க்கு செவ்வனாகவும் செல்லும் தளம் p_1 ன் சமன்பாடு .

(ii) உற்பத்தியிலிருந்து P_1 இற்கு இடையிலான தூரம் .

(iii) $-3x+qy+8z=10$ இனால் தரப்படும் மற்றுமொரு தளம் P_2 ஆனது P_1 இற்கு செங்குத்தாகும் . q னுடைய பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) $2x+py+z+8=0$ மற்றும் $3x+2y-z-1=0$ என்னும் இரண்டு தளங்களுக்கு இடையிலான கோணம் $\theta=\sin^{-1}\left(\frac{5\sqrt{7}}{14}\right)$ என ஆகுமாறு ஒன்றை ஒன்று இடைவெட்டுகிறன என தரப்பட்டுள்ளது .
p னுடைய பெறுமானங்களைக் காண்க.

4 (a) ஒரு மாறும் புள்ளி R ன் தானக்காவி ஆனது

$$\underline{r}=\left(-3+\frac{7\cos\alpha}{\sqrt{6}}+\frac{28\sin\alpha}{\sqrt{21}}\right)\underline{i}+\left(1-\frac{7\cos\alpha}{\sqrt{6}}+\frac{14\sin\alpha}{\sqrt{21}}\right)\underline{j}+\left(4+\frac{14\cos\alpha}{\sqrt{6}}-\frac{7\sin\alpha}{21}\right)\underline{k}$$ என்னும்

வளையி மூலம் தரப்பட்டுள்ளது .

(i) தளம் P மீது புள்ளி R ன் ஒழுக்கு ஒரு வட்டமாகும் எனக் காட்டுக.
(ii) அதனுடைய ஆரை மற்றும் மையத்தைக் காண்க.
(iii) வட்டத்தினுடைய தளம் P யின் சமன்பாட்டை பெறுக.

(b) $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $2\underline{i}-\underline{j}$ மற்றும் $-3\underline{i}+5\underline{j}$ என்பவற்றால் தரப்படுகின்றன என்க.
காவி $\lambda\underline{a}+\mu\underline{b}$ யானது காவி $\underline{i}+\underline{j}$ இற்கு சமாந்தரம் என்றால் $\frac{\lambda}{\mu}=\frac{8}{3}$ எனக் காட்டுக.

5 (a) $\underline{F}(t)=\left(\frac{1}{t^3-64}\right)\underline{i}+\ln\left(t^2-5t+6\right)\underline{j}+\sin\left(t^2-1\right)\underline{k}$ என்னும் காவிப் பெறுமானச் சார்பின் ஆட்சியை காண்க.

(b) $\underline{F}(t)=e^{-t}\underline{i}+e^{2t}\underline{j}+e^{t}\underline{k}$ என்பது காவிப் பெறுமானச் சார்பு என்க.
பின்வருவனவற்றை காண்க.

(i) $\frac{d}{dt}\left(\underline{F}(t)\cdot\underline{F}'(t)\right)$

(ii) $\frac{d}{dt}\left(\underline{F}(t)\times\underline{F}'(t)\right)$

(c) துணிக்கையொன்றானது வெளியில் பயணம் செய்கின்றது மற்றும் நேரம் t இல் அதனுடைய தானக்காவியானது $4e^{-2t}\underline{i}+\left(\frac{2t-1}{t-1}\right)\underline{j}+3\left(\tan^{-1}t\right)\underline{k}$

என தரப்பட்டுள்ளது .

$t \to \infty$ ஆகும் போது துணிக்கையின் தானக்காவியை காண்க.

6 (a) $\underline{r}(t)=\sin t\underline{i}+\cos t\underline{j}-\sin t\underline{k}$ என்க. பின்வருவனவற்றை கணிக்க.

i. $\int_0^{\pi/6} \underline{r}\times\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}dt,$

ii. $\int_0^{\pi/6} \underline{r}.\frac{d\underline{r}}{dt}dt.$

(b) t நேரத்தில் ஒரு துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் $\underline{a}(t)=e^{2t}\underline{i}+e^{t}\underline{j}-e^{3t}\underline{k}$ என தரப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் துணிக்கையானது $\underline{i}+\underline{j}$ என்னும் தானக்காவியைக் கொண்ட புள்ளியிலிருந்து $\underline{\upsilon}(0)=2\underline{i}-\underline{j}+3\underline{k}$ என்னும் வேகத்துடன் அசைந்து கொண்டிருந்தது .

(i) t நேரத்தில் துணிக்கையின் தானத்தைத் காண்க.

(ii) $t=1$ ஆகும் போது உற்பத்தியிலிருந்து துணிக்கையின் தூரத்தை காண்க.

.... முற்றும்...............