00203

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදි / අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

අවසාන පරීක්ෂණය - 2014/2015

**APU1140 / APE3140 – වීජීය දෛශික**

කාලයඃ පැය 2 යි.

---

දිනය :- **06.05.2015** වේලාව :-පෙ.ව. **9:30** - පෙ.ව.**11:30**

---

ප්‍රශ්ණ හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

01. (a) $\underline{a}$ යනු දෛශිකයක් ද යනු අදිශයක්ද නම් $m\underline{a}$ දෛශිකය යනු කුමක්ද? එනයින්

$(m+n)\underline{a} = m\underline{a} + n\underline{a}$, බව පෙන්වන්න. මෙහි යනු තවත් අදිශයකි.

(b) $A, B, C$ ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $-2\underline{a}+3\underline{b}+5\underline{c}$, $\underline{a}+2\underline{b}+3\underline{c}$ සහ $7\underline{a}-\underline{c}$ යැයි ගනිමු. $A, B$ සහ $C$ ලක්ෂ්‍යන් ඒක රේඛීය බව සාධනය කරන්න.

(c) ත්‍රපීසියමක සමන්තර නොවන පාද දෙකේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යන් යා කරන රේඛාව එහි සමාන්තර පාදයන්ට සමාන්තර වන බව සහ ඒවයේ එකතුවෙහි අර්ධයක් වන බව සාධනය කරන්න.

02. (a) $\underline{a} = \underline{i} + 2\underline{j} - \underline{k}$, $\underline{b} = 2\underline{i} + 4\underline{j} - 2\underline{k}$ සහ $\underline{c} = -3\underline{i} - 6\underline{j} + 3\underline{k}$. යැයි ගනිමු. $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ඒකජ වශයෙන් පරායත්ත බව පෙන්වන්න.

(b) $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ යනු සමාන්තර නොවන දෛශික යැයි ගනිමු

$\underline{r} = \underline{a} - 2\underline{b} + \lambda(\underline{b} + 2\underline{a})$, $\underline{r} = 2\underline{a} - \underline{b} + \mu(\underline{a} + 2\underline{b})$ රේඛා ඡේදනය වන බව සාධන කරන්න. ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(c) $\dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-2}{-1}$, $\dfrac{x+1}{-4} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z-5}{7}$ සහ $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-5}$ රේඛා පාද ලෙස තිබෙන ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂයන් සොයන්න.

03 (a) $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ යනු දෛශික යැයි ගනිමු. $\underline{a}\times(\underline{b}\times\underline{c})=(\underline{c}.\underline{a})\underline{b}-(\underline{a}.\underline{b})\underline{c}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ යනු නිශ්ශූන්‍ය දෛශික යැයි ගනිමු. $\underline{a}-2\underline{b}+3\underline{c}$ , $-2\underline{a}+3\underline{b}-4\underline{c}$ සහ $\underline{a}-3\underline{b}+5\underline{c}$ දෛශික ඒක තල බව පෙන්වන්න.

(c) මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට $x+y+z=2$ තලයට ඇති දුර සොයන්න.

04. (a) $\underline{a}$, $\underline{b}$ සහ $\underline{c}$ යනු පිළිවෙලින් $A, B$ සහ $C$ යන තලයක් මත දී ඇති ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශිකය යැයි ගනිමු. එම තලයේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

(b) $(1,1,1),(4,-3,2),(2,-1,5)$ සහ $(1,2,3),(-1,2,0),(2,-1,-1)$ යන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන තල 2 ඡේදනය වන රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය සොයන්න.

05. (a) $\underline{F}(t)=t\underline{i}+t^2\underline{j}+t\underline{k}$ සහ $\underline{G}(t)=t^2\underline{i}+t\underline{j}+t^2\underline{k}$ යැයි ගනිමු. $\frac{d}{dt}\{F(t)\times G(t)\}$ සොයන්න.

(b) අංශුවක් $x=2t^2, y=t^2-4t, z=3t-5,$ යන පථය ඔස්සේ ගමන් කරයි. මෙහි $t$ යනු කාලයයි.

කාලය $t=1$ දී $\underline{i}-3\underline{j}+2\underline{k}$ යන දිශාවට ප්‍රවේගයෙහි සහ ත්වරණයෙහි සංරචක සොයන්න.

(c) $(1,1)$ සිට $(2,8)$ ට $y=x^3$ යන පථය ඔස්සේ $F=x\underline{i}+y^2\underline{j}$ බල ක්ෂේත්‍රය යටතේ චලනය වන අංශුවක් කරන කාර්යය සොයන්න.

06. (a) අරය $a$ සහ කේන්ද්‍රය $\underline{c}$ වන $\hat{u}$ සහ $\hat{v}$ යනු ලම්භ ඒකජ දෛශික පවතින තලය මත පිහිටන වෘත්තයේ දෛශික සමීකරණය $\underline{r}=\underline{c}+\underline{a}\cos\theta\hat{u}+\underline{a}\sin\theta\hat{v}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $P$ යන වෙනස් වන ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය

$$\underline{r}=\left(1+4\cos\theta-\frac{6}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{i}+\left(-2-4\cos\theta+\frac{15}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{j}+\left(3+7\cos\theta+\frac{12}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{k},$$ ලෙස දී

ඇත. මෙහි $\theta$ යනු පරාමිතියකි. $P$ හි ගමන් මාර්ගය වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න. එහි කේන්ද්‍රය සහ අරය සොයන්න. වෘත්තය පවතින තලයේ සමීකරණය සොයන්න.

002

**The Open University of Sri Lanka**

**B.Sc. /B.Ed. Degree Programme**

**Final Examination - 2014/2015**

**Applied Mathematics – Level 03**

**APU1140 / APE3140 – Vector Algebra**

**Duration: - Two Hours**

---

**Date: -06th May 2015** | **Time: - 9.30 a.m. - 11.30 a.m.**

---

**Answer Four Questions Only.**

01. (a) If $\underline{a}$ is a vector and $m$ is a scalar, what is the vector $m\underline{a}$? Hence show that $(m+n)\underline{a} = m\underline{a} + n\underline{a}$, where $n$ is also another scalar.

(b) Let position vectors of points $A, B, C$ be respectively $-2\underline{a}+3\underline{b}+5\underline{c}$, $\underline{a}+2\underline{b}+3\underline{c}$ and $7\underline{a}-\underline{c}$. Prove that points $A, B$ and $C$ are collinear.

(c) Prove that the straight line joining the mid points of two non-parallel sides of a trapezium is parallel to the parallel sides of the trapezium with length half the sum of the length of the parallel sides.

02. (a) Let $\underline{a} = \underline{i}+2\underline{j}-\underline{k}$, $\underline{b} = 2\underline{i}+4\underline{j}-2\underline{k}$ and $\underline{c} = -3\underline{i}-6\underline{j}+3\underline{k}$. Show that $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ are linearly dependent.

(b) Let $\underline{a}$ and $\underline{b}$ be non parallel vectors. Prove that the lines $\underline{r} = \underline{a}-2\underline{b}+\lambda(\underline{b}+2\underline{a}), \underline{r} = 2\underline{a}-\underline{b}+\mu(\underline{a}+2\underline{b})$ intersect and find the point of intersection.

(c) Find the vertices of the triangle whose sides are the lines

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}, \frac{x+1}{-4} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{7} \text{ and } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-5}.$$

03 (a) Suppose that $\underline{a}$, $\underline{b}$ and $\underline{c}$ are any three vectors. Show that $\underline{a}\times(\underline{b}\times\underline{c}) = (\underline{c}.\underline{a})\underline{b} - (\underline{a}.\underline{b})\underline{c}$.

(b) Let $\underline{a}$, $\underline{b}$ and $\underline{c}$ be non zero vectors. Show that the vectors $\underline{a}-2\underline{b}+3\underline{c}$, $-2\underline{a}+3\underline{b}-4\underline{c}$ and $\underline{a}-3\underline{b}+5\underline{c}$ are coplanar.

(c) Find the distance from the origin to the plane $x+y+z=2$.

04. (a) Let $\underline{a}$, $\underline{b}$ and $\underline{c}$ be the position vectors of three given points $A, B$ and $C$ on a plane. Find the vector equation of that plane.

(b) Find the vector equation of line that intersects two planes determined by the points $(1,1,1),(4,-3,2),(2,-1,5)$ and by the points $(1,2,3),(-1,2,0),(2,-1,-1)$.

05. (a) Let $\underline{F}(t)=t\underline{i}+t^2\underline{j}+t\underline{k}$ and $\underline{G}(t)=t^2\underline{i}+t\underline{j}+t^2\underline{k}$. Find $\frac{d}{dt}\{F(t)\times G(t)\}$.

(b) A particle moves along the curve $x=2t^2, y=t^2-4t, z=3t-5,$ where $t$ denotes the time. Find the component of its velocity and of the acceleration at time $t=1$ in the direction $\underline{i}-3\underline{j}+2\underline{k}$.

(c) Find the work done by the force field $F=x\underline{i}+y^2\underline{j}$ on a particle to move from the point $(1,1)$ to the point $(2,8)$ along the path $y=x^3$.

06. (a) Show that the vector equation of the circle having radius $a$ and center at $\underline{c}$ lying in the plane containing the perpendicular unit vectors $\hat{u}$ and $\hat{v}$ is

$\underline{r}=\underline{c}+\underline{a}\cos\theta\,\hat{u}+\underline{a}\sin\theta\,\hat{v}.$

(b) The position vector of a variable point $P$ is given by

$$\underline{r}=\left(1+4\cos\theta-\frac{6}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{i}+\left(-2-4\cos\theta+\frac{15}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{j}+\left(3+7\cos\theta+\frac{12}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{k},$$

where $\theta$ is a parameter. Show that the locus of $P$ is a circle. Find the centre, radius and the equation of the plane of the circle.

00055

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி

இறுதிப் பரீட்சை - 2014/2015

பிரயோக கணிதம்– மட்டம் 03

**APU1140 / APE3140 – காவி அட்சரகணிதம்**

காலம்: - இரணடு மணித்தியாலங்கள்

---

**திகதி: -06th May 2015** நேரம்: - மு.ப **9.30** - மு.ப **11.30**

---

நான்கு வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.

01. (a) $\underline{a}$ ஆனது ஒரு காவி மற்றும் $m$ ஆனது ஒரு எண்ணி எனின், காவி $m\underline{a}$ ஆனது என்ன? இதிலிருந்து, $n$ ஆனது மற்றுமொரு எண்ணி ஆகும்போது $(m+n)\underline{a} = m\underline{a} + n\underline{a}$ எனக் காட்டுக.

(b) புள்ளிகள் $A, B, C$ ஆகியவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $-2\underline{a}+3\underline{b}+5\underline{c}$, $\underline{a}+2\underline{b}+3\underline{c}$ மற்றும் $7\underline{a}-\underline{c}$ ஆகும். புள்ளிகள் $A, B$ மற்றும் $C$ ஆகியன ஒரே நேர்கோட்டில் உள்ளவை என நிறுவுக.

(c) சரிவகம் ஒன்றினுடைய இரு சமாந்தரமல்லாத பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடானது அச்சரிவகத்தின் சமாந்தரமான பக்கங்களுக்கு சமாந்தரமாகவும் அதன் நீளமானது சமாந்தர பக்கங்களின் நீளங்களின் கூட்டுத்தொகையின் அரை மடங்குமாகும் எனக் காட்டுக.

02. (a) $\underline{a}=\underline{i}+2\underline{j}-\underline{k}$, $\underline{b}=2\underline{i}+4\underline{j}-2\underline{k}$ மற்றும் $\underline{c}=-3\underline{i}-6\underline{j}+3\underline{k}$ என்க. $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ஆகியன ஏகபரிமான முறையாய்ச் சாரந்தவை எனக் காட்டுக.

(b) $\underline{a}$ and $\underline{b}$ சமாந்தரமல்லாத காவிகள் என்க. நேர்கோடுகள் $\underline{r}=\underline{a}-2\underline{b}+\lambda(\underline{b}+2\underline{a})$, $\underline{r}=2\underline{a}-\underline{b}+\mu(\underline{a}+2\underline{b})$ இடைவெட்டும் என நிறுவுக மற்றும் இடைவெட்டுப் புள்ளியைக் காண்க.

(c) $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-1}$, $\dfrac{x+1}{-4}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-5}{7}$ மற்றும் $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-5}$ எனும் கோடுகளை பக்கங்களாகவுடைய முக்கோணியின் உச்சிகளைக் காண்க.

03 (a) $\underline{a}$, $\underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ ஆகியன ஏதாவது மூன்று காவிகள் எனக் கொள்க.
$\underline{a}\times(\underline{b}\times\underline{c})=(\underline{c}.\underline{a})\underline{b}-(\underline{a}.\underline{b})\underline{c}$ எனக் காட்டுக.

(b) $\underline{a}$, $\underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ ஆகியன பூச்சியமல்லாத காவிகள் என்க. $\underline{a}-2\underline{b}+3\underline{c}$ , $-2\underline{a}+3\underline{b}-4\underline{c}$ மற்றும் $\underline{a}-3\underline{b}+5\underline{c}$ ஆகியன ஒரே தளமானவை எனக் காட்டுக.

(c) உற்பத்தியிலிருந்து தளம் $x+y+z=2$ ற்கான தூரத்தைக் காண்க.

04. (a) ஒரு தளத்திலுள்ள புள்ளிகள் $A, B$ மற்றும் $C$ ஆகியவற்றின் தானக் காவிகள் $\underline{a}$, $\underline{b}$ மற்றும் $\underline{c}$ ஆகும். அத் தளத்திற்கான காவிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(b) இரு தளங்களை புள்ளிகள் $(1,1,1),(4,-3,2),(2,-1,5)$ மற்றும் புள்ளிகள் $(1,2,3),(-1,2,0),(2,-1,-1)$ ஆகியவற்றில் இடைவெட்டும் கோட்டின் காவிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

05. (a) $\underline{F}(t)=t\underline{i}+t^2\underline{j}+t\underline{k}$ மற்றும் $\underline{G}(t)=t^2\underline{i}+t\underline{j}+t^2\underline{k}$ என்க. $\frac{d}{dt}\{F(t)\times G(t)\}$ ஐக் காண்க.

(b) ஒரு துணிக்கையானது $x=2t^2, y=t^2-4t, z=3t-5$ எனும் வளையியினூடாக நகருகின்றது, இங்கு $t$ ஆனது நேரத்தைக் குறிக்கின்றது. நேரம் $t=1$ ல் திசை $\underline{i}-3\underline{j}+2\underline{k}$ யில் அதனுடைய வேகம் மற்றும் ஆர்முடுகலின் கூறுகளைக் காண்க.

(c) பாதை $y=x^3$ வழியே $(1,1)$ எனும் புள்ளியிலிருந்து புள்ளி $(2,8)$ க்கு நகரும் துணிக்கை மீது விசைப்புலம் $F=x\underline{i}+y^2\underline{j}$ ஆல் செய்யப்பட்ட வேலையைக் காண்க.

06. (a) செங்குத்தான அலகுக்காவிகள் $\hat{u}$ மற்றும் $\hat{v}$ ஐ உடைய தளத்தில் உள்ள மையம் $a$ யையும் ஆரை $\underline{c}$ யையும் உடைய வட்டத்தின் காவிச் சமன்பாடு
$\underline{r}=\underline{c}+\underline{a}\cos\theta\,\hat{u}+\underline{a}\sin\theta\,\hat{v}$ எனக் காட்டுக.

(b) ஒரு மாறும் புள்ளி $P$ யினுடைய தானக் காவியானது

$$\underline{r}=\left(1+4\cos\theta-\frac{6}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{i}+\left(-2-4\cos\theta+\frac{15}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{j}+\left(3+7\cos\theta+\frac{12}{\sqrt{5}}\sin\theta\right)\underline{k}$$

எனத் தரப்படுகிறது, இங்கு பரமானம் $\theta$ ஆகும். $P$ யினுடைய ஒழுக்கானது ஒரு வட்டம் எனக் காட்டுக. மையம், ஆரை மற்றும் வட்டத் தளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.