The Open University of Sri Lanka
B.Sc/B.Ed. Degree Programme
Closed Book Test (CBT) - 2009/2010
Applied Mathematics - Level 03
APU1142 – Differential Equations

LIBRARY
16 AUG 2011
The Open University of Sri Lanka

Duration: - One and half hours

Date: - 21-04-2010 **Time: - 4.00pm - 5.30pm.**

Answer **ALL** Questions.

1. (a) Consider the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}+6y=0$.

   (i) Show that e^{2x} and e^{3x} are linearly independent solutions of the above equation.
   (ii) Write the general solution of the given equation.
   (iii) Find the solution that satisfies the conditions $y(0)=2$ and $y'(0)=3$.

   (b) Find the general solution of each of the following differential equations:

   (i) $\frac{d^3y}{dx^3}-6\frac{d^2y}{dx^2}+11\frac{dy}{dx}-6y=0$,

   (ii) $\frac{d^3y}{dx^3}-8y=0$.

2. (a) Find the value of the constants a,b,p and q so that the function $a\sin px+b\cos qx$ is a particular integral of the differential equation, $\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=8\cos x-6\sin x$.

   (b). Use the $D-$operator method to find the particular integrals of the following differential equations and hence solve:

   (i) $(D+3)^2 y=50e^{2x}$,

   (ii) $\left(D^2+3D+2\right)y=e^{2x}\sin 2x$; where $\left(D\equiv\frac{d}{dx}\right)$.

3. (a) Find the Taylor series expansion of the function $f(x)=\ln x$, about the point $x_0=1$ and find the interval of convergence of the expansion.

   (b) Show that the series solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}=x\frac{dy}{dx}$ takes of the form, $y=a_0y_1(x)+a_1y_2(x)$; where a_0 and a_1 are arbitrary constants and $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are functions of x to be determined.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය (CBT) - 2009/2010
ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
APU 1142 – අවකල සමීකරණ

කාලය පැය 1½ යි.

දිනය : **2010.04.21** වේලාව - ප.ව. **4.00** - ප.ව. **5.30** දක්වා.

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) $\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}+6y=0$ අවකල සමීකරණය සලකන්න.

(i) e^{2x} සහ e^{3x} යනු ඉහත සමීකරණයේ ඒකජ ලෙස ස්වායත්ත විසඳුම් බව පෙන්වන්න.

(ii) දී ඇති සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම ලියන්න.

(iii) $y(0)=2$ සහ $y'(0)=3$ කොන්දේසි තෘප්ත කරන විසඳුම සොයන්න.

(b) පහත දැක්වෙන එක් එක් අවකල සමීකරණවල සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(i) $\frac{d^3y}{dx^3}-6\frac{d^2y}{dx^2}+11\frac{dy}{dx}-6y=0,$

(ii) $\frac{d^3y}{dx^3}-8y=0.$

2. (a) $a\sin px+b\cos qx$ යන ශ්‍රිතය $\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=8\cos x-6\sin x$ අවකල සමීකරණයේ, ව්‍යක්තික අනුකලයක් වන පරිදි a,b,p සහ q නියත සොයන්න.

(b) පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණවල ව්‍යක්තික අනුකලය සෙවීමට "$D-$operator" ක්‍රමය භාවිතා කරන්න. තවද මෙම සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $(D+3)^2y=50e^{2x}$,

(ii) $(D^2+3D+2)y=e^{2x}\sin 2x$; මෙහි $\left(D\equiv\frac{d}{dx}\right)$.

3. (a) $f(x)=\ln x$ ශ්‍රිතය සඳහා $x_0=1$ ලක්ෂ්‍යය වටා ටේලර් ශ්‍රේණි ප්‍රසාරණය සොයන්න. තවද මෙම ප්‍රසාරණයේ අභිසාරී ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2}=x\frac{dy}{dx}$ අවකල සමීකරණයේ ශ්‍රේණිය විසඳුම, a_0 සහ a_1 යනු අභිමත නියත විට $y=a_0y_1(x)+a_1y_2(x)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කල හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $y_1(x)$ සහ $y_2(x)$ යනු නිර්ණය කල යුතු x හි ශ්‍රිත වේ.

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞான/கல்வி பட்டப்பாடநெறி
மூடிய புத்தகப் பரீட்சை (CBT) 2009/2010
பிரயோக கணிதம் – மட்டம் 03
APU 1142 – வகையீட்டுச் சமன்பாடுகள்

காலம் :- ஒன்றரை மணித்தியாலங்கள்.

LIBRARY
16 AUG 2011
University of Sri Lanka

நாள் :- **21–04-2010.** நேரம்:- பிப **4.00**– பிப **5.30**

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. (a) $\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}+6y=0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருதுக.

   (i) e^{2x} மற்றும் e^{3x} என்பன மேற்படி சமன்பாட்டின் ஏகபரிமாண முறையாய்ச் சாராத தீர்வுகள் எனக்காட்டுக.

   (ii) தரப்பட்ட சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வினை எழுதுக.

   (iii) $y(0)=2$ மற்றும் $y'(0)=3$ என்னும் நிபந்தனைகளை திருப்தியாக்கும் தீர்வினைக் காண்க.

   (b) பின்வரும் ஒவ்வொரு வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளினதும் பொதுத்தீர்வினைக் காண்க.

   (i) $\frac{d^3y}{dx^3}-6\frac{d^2y}{dx^2}+11\frac{dy}{dx}-6y=0$,

   (ii) $\frac{d^3y}{dx^3}-8y=0$.

2. (a) $a\sin px+b\cos qx$ என்னும் சார்பு $\frac{d^2y}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=8\cos x-6\sin x$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தொகையீடாக அமையுமாறுள்ள மாறிலிகள் a,b,p மற்றும் q என்பவற்றைக் காண்க.

   (b) D - செயலி முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளின் குறிப்பிட்ட தொகையீட்டைக் காண்க. இதிலிருந்து அவற்றைத் தீர்க்க.

   (i) $(D+3)^2\,y=50e^{2x}$,

   (ii) $\left(D^2+3D+2\right)y=e^{2x}\sin 2x$; இங்கு $\left(D\equiv\frac{d}{dx}\right)$.

3. (a) $f(x)=\ln x$ என்னும் சார்பின் தெயிலர் தொடர் விரிவை $x_0=1$ என்னும் புள்ளி பற்றி காண்க, மற்றும் மேற்படி விரிவின் ஒருங்கல் ஆயிடையைக் காண்க.

   (b) $\frac{d^2y}{dx^2}=x\frac{dy}{dx}$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் தொடர் தீர்வு $y=a_0y_1(x)+a_1y_2(x)$ என்னும் வடிவத்தை எடுக்கும் எனக்காட்டுக. இங்கு a_0 மற்றும் a_1 என்பன எதேச்சை மாறிலிகள் மற்றும், $y_1(x)$ மற்றும் $y_2(x)$ என்பன x இன் கணிக்கப்படவேண்டிய சார்புகள் ஆகும்.