00012

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணிப் பட்டப்படிப்பு, தொடர் கல்வி கற்கைநெறி
மூடிய புத்தகப் பரீட்சை 2024/2025
மட்டம் 03 தூய கணிதம்
PEU3202/PEE3202 - காவி வெளிகள்
காலம்: - ஒரு மணித்தியாலம்

திகதி: -14-03-2025 நேரம்: மு.ப. **9.00** – மு.ப. **10.00**

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1.

(a) $M = \{(a,b,c,d)\,|a,b,c,d \in \mathbb{R}\}$ என்க. வழமையான கூட்டல் மற்றும் எண்ணி பெருக்கத்துக்கு அமைவாக புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் M ஒரு காவி வெளி என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.
$T : M \to M$ என்னும் படமாக்கமானது $T((a,b,c,d)) = (a+b, b, 3c, c+d)$ இனால் வரையறுக்கப்படுகிறது என்க. T ஒரு ஏகபரிமாண உருமாற்றம் என்பது குறிப்பிடத்தக்கது. பின்வரும் தொடைகள் புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் T இன் கீழ் காவி வெளி M இல் மாற்றமில் உபவெளிகளா என்பதைத் துணிக.

(i) $W = \{(a,b,0,0)\,|a,b \in \mathbb{R}\}$

(ii) $W = \{(a,0,0,b)\,|a,b \in \mathbb{R}\}$

(b)

(i) உட்பெருக்க வெளி ஒன்றை வரையறுக்குக.

(ii) F என்னும் ஒரு புலத்தின் மேல் V ஒரு உட்பெருக்க வெளி என்க. $x_1, x_2, y_1, y_2 \in V$ இற்கு $< x_1 + x_2, y_1 + y_2 > = < x_1, y_1 > + < x_1, y_2 > + < x_2, y_1 > + < x_2, y_2 >$ என நிறுவுக.

(iii) $u = (x_1, x_2, x_3)$, $v = (y_1, y_2, y_3)$ என்க, இங்கு $u, v \in \mathbb{R}^3$ ஆகும்.
$< u, v > = x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_3{}^2$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $< u, v >$ என்பது $\mathbb{R}^3$ இல் ஒரு உட்பெருக்கமா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

2.

(a) u மற்றும் v என்பன ஒரு ஊக்கிட்டு வெளியொன்றிலுள்ள யாதாயினும் இரண்டு காவிகள் என்க.

(i) u வின் நீளம் மற்றும், u மற்றும் v என்பவற்றிக்கு இடையிலான கோணம் என்பவற்றை வரையறுக்க.

(ii) E^3 என்பது வழமையான ஊக்கிட்டு மூவெளி எனக் கொள்க. $u = (1, -1, 2)$ மற்றும் $v = (2,1,0)$ என்க. u வின் நீளம் மற்றும், u மற்றும் v என்பவற்றிக்கு இடையிலான கோணம் என்பவற்றைக் காண்க.

(b) மூன்று காவிகள் $u_1 = (0,1,1)$, $u_2 = (0,0,1)$ மற்றும் $u_3 = (1,0,1)$ என்பன வழமையான ஊக்கிட்டு மூவெளி E^3 இற்கான ஒரு அடிமூலத்தை உருவாக்கும் எனக் காட்டுக. கிராம்சிமிற்றர் செயற்பாட்டை பயன்படுத்தி $\{u_1, u_2, u_3\}$ இலிருந்து E^3 இற்கான நிமிர்கோண மூலம் ஒன்றை அமைக்க.