ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/ අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
සංවෘත පොත් පරීක්ෂණය - 2024/2025
ශුද්ධ ගණිතය - තුන්වන මට්ටම
PEU3202/PEE3202– දෛශික අවකාශ

කාලය පැය එකයි.

දිනය : - 14-03-2025 **වේලාව : පෙ.ව. 9.00 සිට 10.00 දක්වා**

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

1.

(a) $M = \{(a,b,c,d) \mid a,b,c,d \in \mathbb{R}\}$ ලෙස ගනිමු. M යනු සුපුරුදු එකතුව සහ අදිශ ගුණිතය යටතේ $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ දෛශික අවකාශයක් වේ.

$T : M \to M$ යනු $T((a,b,c,d)) = (a+b, b, 3c, c+d)$ මගින් අර්ථ දක්වන ඒකජ පරිනාමණය වේ. පහත දැක්වෙන කුලක අතරින් කවරක් T යටතේ $\mathbb{R}$ ක්ෂේත්‍රය මත වූ M දෛශික අවකාශයේ අචලක උප අවකාශයක් වේද යන්න සොයන්න.

(i) $W = \{(a,b,0,0) \mid a.b \in \mathbb{R}\}$
(ii) $W = \{(a,0,0,b) \mid a,b \in \mathbb{R}\}$

(b)

(i) අන්තර් ගුණිත අවකාශය අර්ථ දක්වන්න .

(ii) V යනු F ක්ෂේත්‍රය මත වූ අන්තර් ගුණිත අවකාශයකි $x_1, x_2, y_1, y_2 \in V$ සඳහා,

$$< x_1 + x_2, y_1 + y_2 > = < x_1, y_1 > + < x_1, y_2 > + < x_2, y_1 > + < x_2, y_2 >$$

බව සාධනය කරන්න.

(iii) $u = (x_1, x_2, x_3)$, $v = (y_1, y_2, y_3)$ ලෙස ගනිමු. $u, v \in \mathbb{R}^3$.

$< u, v > = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලැබේ. $< u, v >$ යනු $\mathbb{R}^3$ මත වූ අන්තර් ගුණිත අවකාශයක්ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

2.

(a) $\underline{u}$ සහ $\underline{v}$ යනු යුක්ලීඩීය දෛශික අවකාශයෙහි දෛශික දෙකකි.

(i) $\underline{u}$ හි දිග, සහ $\underline{u}$, $\underline{v}$ දෛශික අතර පරතරය අර්ථ දක්වන්න .
(ii) $u = (1, -1, 2)$ and $v = (2,1,0)$ යනු E^3 යුක්ලීඩීය දෛශික අවකාශයෙහි දෛශික දෙකකි. $\underline{u}$ හි දිග, සහ $\underline{u}$, $\underline{v}$ දෛශික අතර පරතරය සොයන්න.

(b) $u_1 = (0,1,1)$, $u_2 = (0,0,1)$ සහ $u_3 = (1, 0, -1)$ යන දෛශික සුපුරුදු යුක්ලීඩීය දෛශික අවකාශයෙහි පදනමක් බව පෙන්වන්න. Gram–Schmidt ක්‍රියාවලිය මගින් $\{u_1, u_2, u_3\}$, E^3 හි ප්‍රලම්භ පදනමක් බවට පරිනාමණය කරන්න.