00111

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞான இளமாணி/கல்வியல் இளமாணி பட்டப்படிப்பு, தொடர் கற்கை நெறி

திறந்த புத்தகப் பரீட்சை(OBT) - 2024/2025

மட்டம் 03 தூய கணிதம்

PEU3202– காவி வெளிகள்

காலம்: - ஒரு மணித்தியாலம்

திகதி: -09-02-2025 நேரம்: பி.ப. **4.00 – பி.ப. 5.00**

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1.

(a) $V = \{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ என்க. அனைத்து $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$ இற்கு, $(a_1,\ a_2) + (b_1,\ b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$ எனவும் மற்றும் $c \in \mathbb{C}$ இற்கு; $c(a_1,\ a_2) = (ca_1, ca_2)$ எனவும் வரையறுக்கப்படுகின்றன, இங்கு $\mathbb{C}$ சிக்கலெண் புலமாகும். இந்த செய்கைகளின் கீழ் சிக்கலெண்களின் புலத்தின் மீது V ஒரு காவி வெளியா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(b) $V = \{ (a_1, a_2) \mid a_1, a_2 \in \mathbb{R}\}$ என்க. அனைத்து $(a_1, a_2), (b_1, b_2) \in V$ இற்கு, $(a_1,\ a_2) + (b_1,\ b_2) = (2a_1 + b_1, a_2 + 3b_2)$ எனவும் மற்றும் $c \in \mathbb{R}$ இற்கு, $c(a_1,\ a_2) = (ca_1, ca_2)$ எனவும் வரையறுக்கப்படுகின்றன, இங்கு $\mathbb{R}$ மெய் எண்களின் புலமாகும். இந்த செய்கைகளின் கீழ் மெய் எண்களின் புலத்தின் மீது V ஒரு காவி வெளியா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

(c) வழமையான கூட்டல் மற்றும் எண்ணிப் பெருக்கத்தின் கீழ் புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல்

$A = \{(a + 2b, a + 1) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ என்னும் தொடை காவி வெளி $\mathbb{R}^2$ இன் ஒரு உபவெளியா என்பதை தீர்மானிக்க.

(d) $S = \{P_1 = 1 - x, P_2 = 5 + 3x - 2x^2, P_3 = 1 + 3x - x^2\}$ என்பது $\mathbb{R}$ இற்கு மேல் அதிகபட்சம் படி 2 இல் அனைத்து பல்லுறுப்பிகளினதும் காவி வெளியின் ஒரு உபதொடை என்க. புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் S ஏகபரிமாணமுறையாய்ச் சாராததா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

2.

$M = \{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$ என்க. வழமையான தாயக் கூட்டல் மற்றும் எண்ணிப் பெருக்கத்தின் கீழ் புலம் $\mathbb{R}$ இன் மேல் M ஒரு காவி வெளி என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.

$T : M \to M$ என்னும் படமாக்கமானது $T(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} a + d & b + c \\ c & c + d \end{bmatrix}$ ஆல் வரையறுக்கப்படுகிறது என்க.

(i) T ஒரு ஏகபரிமாண உருமாற்றம் எனக் காட்டுக.

(ii) T இன் அகணியைக் காண்க.

(iii) T ஒரு சமவுருக்கமா? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.