00116

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி

தூய கணிதம் – மட்டம் 03

PEU3300 – கணித தர்க்கவியலும் கணித நிறுவல்களும்

இறுதிப் பரீட்சை - 2024/2025

திகதி: 05.12.2024	**நேரம்: மு.ப. 09.30 – மு.ப. 11.30**

பொது அறிவுறுத்தல்கள்

- **இவ் வினாப்பத்திரமானது பகுதி A மற்றும் பகுதி B என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி A கட்டாயமானது மற்றும் இது மூன்று கட்டமைக்கப்பட்ட கட்டுரை வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது மற்றும் புள்ளிகள் 100 ஆகும்.**
- **பகுதி B யானது ஐந்து கட்டுரை வகையான வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது அவற்றில் மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.**
- **பகுதி B இல் ஒவ்வொரு வினாவுக்குமான புள்ளிகள் 100 ஆகும்.**
- **இவ் வினாத்தாள் 03 பக்கங்களை கொண்டுள்ளது.**

பகுதி A

1. அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

(a) பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் ஒரு சமவலுவான கூற்றை எழுதுக:

(i) x முதன்மை எனின், $\sqrt{x}$ ஒரு விகிதமுறு எண் இல்லை.

(ii) x ஒரு பூச்சியமல்லா விகிதமுறு எண் என்றால் என்றால் மாத்திரம் $\tan(x)$ ஒரு விகிதமுறு எண் அல்ல.

(b) $P(x,y)$: $x+y$ என்பது 3 ஆல் வகுபடும், என்னும் கூற்றைக் கருதுக, இங்கு x இன் ஆட்சி $A = \{2,4,5,6\}$ மற்றும் y இன் ஆட்சி $B = \{4,7,13\}$ ஆகும்.

நியாயப்படுத்தல்களை வழங்குவதன் மூலம் பின்வரும் கூற்றுக்களின் உண்மை பெறுமதிகளை துணிக.

(i) $P(x,y)$ என ஆகுமாறு ஒவ்வொரு $x \in A$ இற்கும், ஒவ்வொரு $y \in B$ உண்டு.

(ii) ஒவ்வொரு $y \in B$ இற்கும், $P(x,y)$ என ஆகுமாறு ஒரு $x \in A$ உண்டு.

(iii) $P(x,y)$ என ஆகுமாறு ஒரு $x \in A$ இற்கு, ஒரு $y \in B$ உண்டு.

(c) "$6n+1$ ஒற்றை எனின் n இரட்டை ஆகும்" என்னும் கூற்றைக் கருதுக.

நிறுவலில், எதிர்வைப்பு மூலம் நிறுவலைப் பயன்படுத்தினால், நீங்கள் மேற்கொள்ளும் எடுகோள்களை எழுதுக.

117

பகுதி B

மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்குக.

2. (a) ஒற்றை முழு எண்ணினதும் மற்றும் ஒரு இரட்டை முழு எண்ணினதும் பெருக்கம் ஒரு இரட்டை முழு எண் ஆகும், என நிறுவுக.

   (b) "$5n + 2$ ஒரு இரட்டை முழு எண் எனின் n ஒரு இரட்டை முழு எண் ஆகும்" என்னும் கூற்றைக் கருதுக.

   பின்வரும் முறைகள் ஒவ்வொன்றையும் பயன்படுத்தி மேலே உள்ள கூற்றை நிறுவுக:

   (i) நிபந்தனை மூலம் நிறுவல் முறை

   (ii) எதிர்வைப்பு மூலம் நிறுவல்

   (c) முரண்பாட்டின் மூலம் நிறுவல் முறையைப் பயன்படுத்தி கூற்று $2 + \sqrt{3}$ விகிதமுறாதது என நிறுவுக.

3. பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றையும் சரி அல்லது பிழை என நிறுவுக.

   (a) ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{N}$ இற்கும், $5n + 3$ முதன்மை எனின் $7n + 1$ முதன்மை ஆகும்.

   (b) $5x^2 - 20 = 0$ என ஆகுமாறு, ஒரு விகிதமுறு எண் x உண்டு.

   (c) $|x| = |y|$ என்றால் என்றால் மாத்திரம் $x = y$, இங்கு $(x, y) \in \{(1,2), (2, -2), (6,6)\}$ ஆகும்.

   (d) n ஒரு இரட்டை முழு எண் எனின், $3n^3$ ஒரு இரட்டை முழு எண் ஆகும்.

   (e) ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{Z}$ இற்கும், $4 \mid (n^2 + 2)$ ஆகும்.

4. (a) p மற்றும் q ஆகியவை கூற்றுக்கள் என்க. $p \Leftrightarrow q$ என்ற இரு–நிபந்தனைக் கூற்றுக்கு சமவலுவான ஒரு இணைந்த கூற்றை எழுதுக.

   (b) '$n \in \mathbb{Z}$ இற்கு, $3n^3 + 4n^2 + 5$ ஒற்றை என்றால் என்றால மாத்திரம் n இரட்டை' என்னும் கூற்றைக் கருதுக.

   (i) மேலே உள்ள கூற்றின் நிறுவல் இரண்டு பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. நிறுவலின் முதல் பகுதி கீழே உள்ளது. அதனை முழுமையாக்க வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

   ....(1)

   n ஒற்றை எனக் கொள்வோம். எனவே, சில $m \in \mathbb{Z}$ இற்கு $n = 2m + 1$ ஆகும்.

   ....(2)

   $12m^3 + 26m^2 + 17m + 6$ ஒரு முழு எண் என்பதால்,

   ....(3)

   ....(4)

   (ii) கூற்றின் நிறுவலை முழுமைப்படுத்த இரண்டாவது பகுதியை நிறுவுக.

(c) p மற்றும் q ஆகியவை கூற்றுக்கள் என்க. உண்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல், $p \Rightarrow (p \vee q)$ ஒரு கூறியது கூறல் எனக் காட்டுக.

5. பின்வரும் கூற்றுக்கள் ஒவ்வொன்றையும் சரி அல்லது பிழை என நிறுவுக.
   (a) $n = m - 5$ என ஆகுமாறு ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{Z}$ இற்கும், ஒரு $m \in \mathbb{Z}$ உண்டு.
   (b) $n = m - 5$ என ஆகுமாறு ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{Z}$ இற்கும், ஒவ்வொரு $m \in \mathbb{Z}$ உண்டு.
   (c) ஒவ்வொரு $n \in \mathbb{Z}$ இற்கும், $n = m - 5$ என ஆகுமாறு ஒரு $m \in \mathbb{Z}$ உண்டு.
   (d) $n = m - 5$ என ஆகுமாறு ஒரு $n \in \mathbb{Z}$ மற்றும் ஒரு $m \in \mathbb{Z}$ உண்டு.

6. (a) $x, y, z \in \mathbb{Z}$ என்க. x, y, z ஆகிய மூன்று முழு எண்களில் சரியாக இரண்டு இரட்டை மற்றும் மீதமுள்ள ஒன்று ஒற்றை எனின், $3x + 5y + 7z$ ஒற்றை ஆகும், என நிறுவுக.

   (b) (i) யாதாயினும் விகிதமுறு எண் r இற்கு $\frac{r}{\sqrt{2}}$ விகிதமுறாதது என நிறுவுக.

   (ii) பகுதி (i) இன் முடிவைப் பயன்படுத்தி, அனைத்து பூச்சியமல்லா விகிதமுறு எண்களையும் இரண்டு விகிதமுறா எண்களின் ஒரு பெருக்கமாக வெளிப்படுத்த முடியும் எனக் காட்டுக.