ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී / අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

ව්‍යවහාරික ගණිතය - තුන්වන මට්ටම

ADU3300/ADE3300– දෛශික වීජ ගණිතය

අවසාන පරීක්ෂණය - **2024/2025**

කාලය: - පැය දෙකයි

දිනය: **2024. 11. 27** වේලාව: ප.ව. **01:30** – ප.ව. **03:30.**

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය A කොටස සහ B කොටස ලෙස කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. A කොටස අනිවාර්ය වන අතර එය එක් රචනා ප්‍රශ්නයකින් සමන්විත වේ.
- B කොටස රචනා ප්‍රශ්න පහකින් සමන්විත වන අතර, ඉන් තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

1. a) $\underline{a}, \underline{b},$ සහ $\underline{c}$ දෛශික පදනමක් සාදන අතර:

$$\underline{u} = \underline{a} + 2\underline{c},\ \underline{v} = 2\underline{b} - \underline{c},\text{ සහ } \underline{w} = \underline{a} - \underline{b} \text{ දෛශික වේ.}$$

$\underline{u}, \underline{v},$ සහ $\underline{w}$ දෛශික රේඛීයව ස්වායත්ත බව තහවුරු කරන්න.

b) P සහ Q ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $2\underline{i} + 4\underline{j} - 3\underline{k}$ සහ $7\underline{i} - 2\underline{j} + 5\underline{k}$ වේ. $\overrightarrow{PQ}$ සහ $\underline{a} = 2\underline{i} + 2\underline{j} - \underline{k}$ දෛශිකය අතර කෝණය සොයන්න.

c) $A\,(2, 3, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන $\underline{i} + 3\underline{j} - 2\underline{k}$ දෛශිකයට ලම්බ තලයේ සමීකරණය සොයන්න.

d) $\underline{G}(t) = t\underline{i} + (3t\cos t)\underline{j} + (4t\sin t)\underline{k}$ නම් දෛශික ශ්‍රිතය $x^2 - \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 0$ බහුවලයාභය මත පිහිටා ඇති බව පෙන්වන්න.

e) පිහිටුම් දෛශිකය $5\underline{i} - 3\underline{j}$ වන ලක්ෂ්‍යයේ කේන්ද්‍රය පිහිටා ඇති $x -$ සහ $y -$ අක්ෂවලට සමාන්තරව පිළිවෙලින් දිග 10 සහ 6 වන ප්‍රධාන හා සුළු අක්ෂ සහිත ඉලිප්සයක කාටීසියානු සමීකරණය සොයන්න.

B කොටස

ප්‍රශ්න තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

2. a) $\underline{a} = (2,3,-1)$, $\underline{b} = (4,-2,5)$, සහ $\underline{c} = (-1,4,3)$ දෛශික දී ඇත්නම් :

   i) $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c})$ දෛශික ත්‍රිත්ව ගුණිතය ගණනය කරන්න.

   ii) එනයින්, $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ දෛශික ත්‍රිත්ව ගුණිත සර්වසාම්‍යය තහවුරු කරන්න.

   iii) දෙන ලද $\underline{d} = (1,1,-2)$ දෛශිකය භාවිතයෙන් $(\underline{a} \times \underline{d}) \cdot (\underline{b} \times \underline{c})$ ප්‍රකාශනය සොයන්න.

   b) පිළිවෙලින් $\underline{r} = \underline{i} + 5\underline{j} + 5\underline{k} + \lambda(2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k})$ සහ $\underline{r} = 2\underline{j} + 12\underline{k} + \mu(3\underline{i} - \underline{j} + 5\underline{k})$ ලෙස ලබා දී ඇති l_1 සහ l_2 සරල රේඛා දෙකක් සලකන්න.

   i) රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

   ii) $\lambda = 1$ වන විට A ලක්ෂ්‍යය l_1 මත පිහිටා ඇති අතර $\mu = 1$ වන විට B ලක්ෂ්‍යය l_2 මත පිහිටා ඇත. A සහ B ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන l_3 රේඛාවේ දෛශික සමීකරණය ලබා ගන්න.

3. a) දී ඇති $\underline{a}, \underline{b}$, සහ $\underline{c}$ දෛශික සඳහා $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c})\underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b})\underline{c}$ ප්‍රකාශනය භාවිතා කරමින් පහත සඳහන් ප්‍රතිඵල සාධනය කරන්න.

   i) $\underline{i} \times (\underline{a} \times \underline{i}) + \underline{j} \times (\underline{a} \times \underline{j}) + \underline{k} \times (\underline{a} \times \underline{k}) = 2\underline{a}$

   ii) $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{c} \times \underline{d}) = (\underline{b} \cdot \underline{d})(\underline{a} \cdot \underline{c}) - (\underline{b} \cdot \underline{c})(\underline{a} \cdot \underline{d})$

   iii) $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot [(\underline{b} \times \underline{c}) \times (\underline{c} \times \underline{a})] = [\underline{a}\ \ \underline{b}\ \ \underline{c}]^2$ බව අපෝහනය කරන්න.

   iv) ඉහත ii) කොටස භාවිතා කරමින් $(\underline{a} \times \underline{b}) \cdot (\underline{c} \times \underline{d}) + (\underline{b} \times \underline{c}) \cdot (\underline{a} \times \underline{d}) + (\underline{c} \times \underline{a}) \cdot (\underline{b} \times \underline{d}) = 0$ බව පෙන්වන්න.

   b) P, Q, සහ R යන ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{p} = (3,7,-1)$, $\underline{q} = (1,2,-3)$, සහ $\underline{r} = (5,4,2)$ වේ. PQR ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. a) i) $\underline{a} = (2,3,-1)$, $\underline{b} = (0,4,5)$, සහ $\underline{c} = (1,6,2)$ දෛශික ඒකතල නොවන බව පෙන්වන්න.

ii) මෙම $\underline{a}, \underline{b}$, සහ $\underline{c}$ දෛශික මගින් සාදන ලද සමාන්තරානීකයේ පරිමාව සොයන්න.

b) $\frac{x-2}{5} = \frac{y+3}{-6} = \frac{z-4}{2}$ රේඛාව පිහිටා ඇති $\frac{x+1}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+3}{-8}$ රේඛාවට සමාන්තර තලයේ කාටිසියානු සමීකරණය සොයන්න.

5. a) i) $x = 2\cos 2t\,, y = 2\sin 2t,\ z = \frac{3}{2}e^{-2t}$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් ලබාදෙන වක්‍රය දිගේ අංශුවක් ගමන් කරයි. මෙහි t යනු කාලයයි. කාලය t වන අවස්ථාවේදී එහි ප්‍රවේගය සහ $t = 0$ දී වේගය සහ ත්වරණය සොයන්න.

ii) $\underline{a}, \underline{b}$ නියත දෛශික වන අතර ω නියත අදිශයක් වේ. $\underline{r}(t) = \cos\omega t\ \underline{a} + \sin\omega t\ \underline{b}$ ලෙස $\underline{r}$ දෛශිකය දී ඇති විට $\underline{r} \times \frac{d\underline{r}}{dt} = \omega\, \underline{a} \times \underline{b}$ වන බව පෙන්වන්න.

b) $\underline{F} = y\underline{i} + x\underline{j}$ බල ක්ෂේත්‍රය මගින් $y = x^2$ පරාවලය දිගේ $(0,0)$ සිට $(3,9)$ දක්වා ගමන් කරන්නා වූ අංශුවක් මත සිදු කරන ලද කාර්යය සොයන්න.

6. a) වෘත්තයක පරාමිතික සමීකරණ ලබා දී ඇත:

$$\underline{r}(\theta) = (a + a\cos\theta)\underline{i} + a\sin\theta\, \underline{j}.$$

i) මෙම පරාමිතික සමීකරණය කේන්ද්‍රය $(a, 0)$ වූ අරය a වන වෘත්තයක් නියෝජනය කරන බව ඔප්පු කරන්න.

ii) $\theta = \frac{\pi}{3}$ වන විට වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නිර්ණය කරන්න.

iii) $(2a, \frac{a}{\sqrt{3}})$ ලක්ෂ්‍යය වෘත්තය මත පිහිටා ඇත්දැයි තහවුරු කරන්න.

b) $\underline{r}(t) = \sin t\ \underline{i} + \cos t\ \underline{j} + t\underline{k}$ අවකාශ වක්‍රය ලබා දී ඇත්නම්,

i) ඒකක ස්පර්ශක දෛශිකය,

ii) ප්‍රධාන අභිලම්බය සහ අවකාශ වක්‍රයේ වක්‍රතාවය සොයන්න.

****