இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

கணிதத் திணைக்களம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர்சான்றிதழ்

MYF2522 – இணைந்த கணிதம் 4 – மட்டம் 2

இறுதிப் பரீட்சை **2024/2025**

திகதி: **15-03-2025** முப. **9:30** இலிருந்து பிப. **12:30** வரை

பகுதி A இல் அனைத்து வினாக்களுக்கும் மற்றும் **பகுதி B** இல் **ஐந்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

பகுதி A

1. சம நீளமுடைய ஆனால் முறையே W மற்றும் $3W$ நிறையுடைய இரண்டு சீரான கோல்கள் AB மற்றும் BC ஆகியவை B இல் ஒன்றாக சுயாதினமாக இணைக்கப்பட்டுள்ளன. கோல்கள் செங்குத்துத் தளத்தில், A மற்றும் C முனைகள் ஒப்பமான கிடைமட்ட தரையின் மீது இருக்குமாறு நிற்கின்றன. கோல்களின் நடுப்புள்ளிகளை ஒரு இலேசான கோலால் இணைப்பதன் மூலம் கோல்கள் ஒன்றுக்கொன்று 60^0 கிடைமட்ட கோணத்தில் சாய்வாக வைக்கப்படுகின்றன. புள்ளிகள் A மற்றும் C இல் உள்ள மறுதாக்கங்களைக் காண்க.

2. ஒரு சீரான ஏணி ஒரு மென்மையான செங்குத்து சுவரில் சாய்ந்து, ஒரு முனை கரடுமுரடான கிடைமட்ட தரையில் இருக்குமாறு ஓய்வில் உள்ளது. ஏணியின் நிறை $10\,W$ ஆகும். ஏணி செங்குத்துடன் 30^0 சாய்ந்திருக்கும் போது நழுவும் நிலையில் உள்ளது. ஏணி மற்றும் தரைக்கு இடையிலான உராய்வுக் குணகத்தைக் காண்க.

3. $M\,kg$ திணிவுடைய ஒரு துப்பாக்கி $m\,kg$ திணிவுடைய ஒரு தோட்டாவை சுடுகிறது மற்றும் பின்னடிக்கின்றது. பீப்பாயிலிருந்து தோட்டாய் $u\,ms^{-1}$ வேகத்தில் வெளியேறுகிறது. பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் பீப்பாய் பின்னடிக்கத் தொடங்கும் வேகத்தைக் காண்க.

   (a) பீப்பாய் கிடைமட்டமாக இருந்தால்.
   (b) பீப்பாய் கிடைமட்டத்துடன் α கோணத்தில் சாய்ந்து இருந்தால்.

4. ஒரு ஒப்பமான கிடைமட்ட மேசையில், $m\,kg$ நிறையுடைய A துணிக்கை மற்றும் $2m\,kg$ நிறையுடைய B துணிக்கை முறையே $4u\,ms^{-1}$ மற்றும் $u\,ms^{-1}$ வேகத்தில் ஒன்றையொன்று நோக்கி நேர்கோட்டில் நகர்ந்து, நேரடியாக மோதுகின்றன. A மற்றும் B இற்கிடையிலான உராய்வுக் குணகம் 0.8 ஆகும். மோதலுக்குப் பிறகு A மற்றும் B துணிக்கைகள் ஒரே நேர்கோட்டில் ஒன்றையொன்று விட்டு விலகிச் செல்கின்றன எனக் காட்டுக.

5. h உயரம் மற்றும் r ஆரை உடைய ஒரு சீரான திடமான செவ்வட்டக் கூம்பின் புவியீர்ப்பு மையம் கூம்பின் அடிப்பகுதியின் மையத்திலிருந்து $\frac{h}{4}$ தூரத்தில் உள்ளது எனக் காட்டுக.

6. $5a$ நீளமுடைய AB என்ற இலேசான மீள்தன்மையில்லாத இழையின் முனை B உடன் $m\,kg$ நிறையுடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை A நிலையாக உள்ளது. துணிக்கை, A இற்கு கீழே செங்குத்தாக மையம் O உடன், ஆரை $3a$ உடைய கிடைமட்ட வட்டத்தில் நிலையான கோண வேகத்தில் நகர்கிறது. இழையில் உள்ள இழுவையையும் மற்றும் துணிக்கையின் கோண வேகத்தையும் காண்க.

7. $m\,kg$ திணிவுடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான துணிக்கை P ஆனது, ஒரு செங்குத்துத் தளத்தில் பொருத்தப்பட்டுள்ள ஆரை r மற்றும் மையம் O உடைய ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான வட்டக்குழாயில் புவியீர்ப்பு விசையின் கீழ் சுயாதீனதாக அசையவிடப்படுகின்றது. துணிக்கை குழாயின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியில் இருந்து $\sqrt{3gr}$ வேகத்துடன் கிடைமட்டமாக எறியப்படுகின்றது. OP ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் θ ($0< \theta <90^o$) கோணத்தை ஆக்கும்போது துணிக்கையின் வேகம் v எனின், $v^2 = gr(1 + 2\cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

8. ஒரு துணிக்கை $3\,m$ வீச்சு கொண்ட நேர்கோட்டு எளிமை இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகிறது. துணிக்கை இயக்கப் பாதையின் மையத்திலிருந்து $2\,m$ தொலைவில் இருக்கும்போது, அதன் வேகம் $2\,ms^{-1}$ ஆகும். இயக்கத்தின் ஆவர்த்தன காலத்தைக் காண்க.

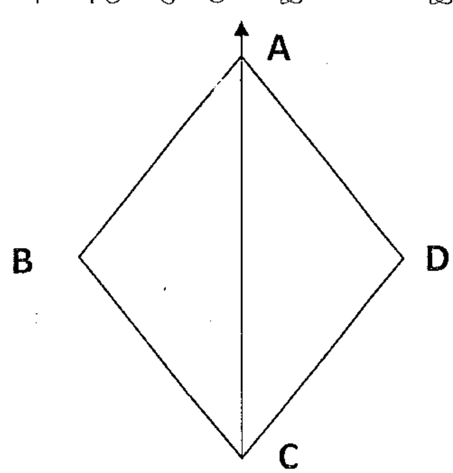
9. A மற்றும் B ஆகியவை ஒரு மாதிரி வெளி E இன் இரண்டு நிகழ்வுகள் என்க. வழமையான குறியீட்டில், $P(A) = \frac{3}{5}$, , $P(B/A) = \frac{1}{4}$ மற்றும் $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $P(A)$ மற்றும் $P(A/B)$ ஐ காண்க.

10. பத்து அவதானிப்புகள் $8, 6, 9, 12, 4, 6, 8, 10, x, y$ ஆகியவற்றின் ஆகாரம் மற்றும் இடை முறையே 6 மற்றும் 8 ஆகும், இங்கு $x, y \in \mathbb{N}$. மேலே உள்ள பத்து அவதானிப்புகளின் x மற்றும் y மற்றும் இடையம் என்பவற்றைக் காண்க.

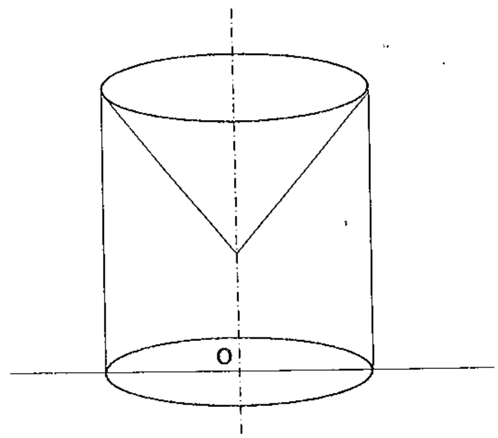
பகுதி B

11. $30kg$ நிறை மற்றும் $10m$ நீளமுடைய ஒரு சீரான ஏணியானது ஒரு ஒப்பமான செங்குத்துச் சுவரில் ஓய்விலுள்ளது அதன் கீழ் முனை கரடுமுரடான தரையில் உள்ளது. தரை மற்றும் ஏணிக்கிடையிலான உராய்வுக்குணகம் 0.3 ஆகும். ஏணி கிடையுடன் θ கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளது, இங்கு $\tan\theta = 2$ ஆகும். $30kg$ நிறை உடைய ஒரு சிறுவன் ஏணி நழுவாமல் எவ்வளவு தூரம் ஏறமுடியும் என்பதைக் காண்க.

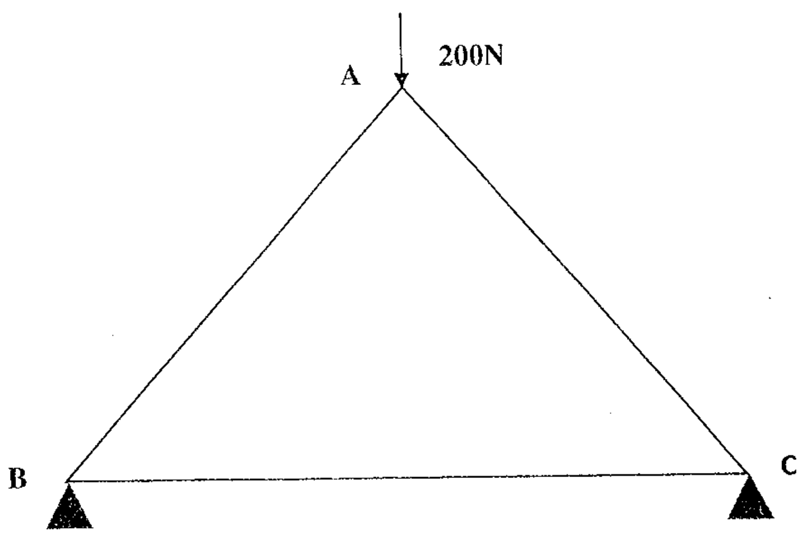
12. ஒவ்வொன்றும் l நீளம் மற்றும் $2W$ நிறையுடைய நான்கு சீரான கோல்கள் AB, BC, CD, DA ஆகியவை அவற்றின் முனைகளில் சுதந்திரமாக இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு சட்டப்படலத்தை உருவாக்க A மற்றும் C இல் ஒரு இலேசான கோல் இணைக்கப்பட்டுள்ளது (படத்தைப் பார்க்கவும்). இந்த சட்டப்படலம் A இலிருந்து சுயாதினமாக தொங்கவிடப்பட்டு சமநிலையில் பராமரிக்கப்படுகிறது. $B\hat{A}D$ இன் கோணம் 2θ ஆகும். இலேசான கோல் AC ஆல் செலுத்தப்படும் விசையையும் மற்றும் மூட்டு B இல் உள்ள இழுவையையும் காண்க.



13. ஆரை r மற்றும் உயரம் $2h$ உடைய ஒரு சீரான திடமான செவ்வட்ட உருளையிலிருந்து, ஆரை r மற்றும் உயரம் h உடைய ஒரு திடமான செவ்வட்ட கூம்பு சலித்து வெளியே எடுக்கப்படுகிறது, இதனால் கூம்பின் அடிப்பகுதி உருளையின் ஒரு முனையுடன் மேற்பொருந்துகிறது. மீகுதியின் ஈர்ப்பு மையம், உருளையின் சமச்சீர் அச்சில், உருளையின் அடிப்பகுதியின் மையம் O விலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது எனக் காண்க (படத்தை பார்க்கவும்).



14. ABC என்பது AB, BC மற்றும் AC ஆகிய மூன்று சீரான சம இலேசான கோல்களை இணைப்பதன் மூலம் பெறப்பட்ட ஒரு சட்டகமாகும். B மற்றும் C இரண்டு ஆப்புகளின் மீது ஒரே கிடைமட்டத்தில் ஓய்விலுள்ளது மற்றும் A, $200N$ சுமையை சுமக்கிறது. (படத்தைக் பார்க்கவும்) B மற்றும் C இல் உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க. போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி ஒரு அழுத்த வரைபடத்தை வரைக. இதிலிருந்து ஒவ்வொரு கோலிலும உள்ள அழுத்தத்தைக் காண்க, இழுவை மற்றும் உதைப்பை வேறுபடுத்துக.



15. இயற்கை நீளம் l மற்றும் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மையுள்ள இழையின் ஒரு முனை ஒரு நிலையான புள்ளி O உடன் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் $m\,kg$ நிறையுடைய ஒரு துணிக்கை P மறுமுனையில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை O வில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது.

A என்ற புள்ளியின் ஊடாக துணிக்கை P செல்லும் போது அதன் வேகத்தைக் காண்க, இங்கு $OA = l$ ஆகும். $x\ (\geq\ l\ )$ என்ற இழையின் நீளம் $\ddot{x} + \frac{2g}{l}\left(x - \frac{3l}{2}\right) = 0$ என்ற சமன்பாட்டை திருப்திப்படுத்துகிறது என்று தரப்பட்டுள்ளது. $X = x - \frac{3l}{2}$ என எடுத்துக் கொண்டு, மேலே உள்ள சமன்பாட்டை $\ddot{X} = -\omega^2 X$ என்ற வடிவத்தில் வெளிப்படுத்துக, இங்கு ω (> 0) என்பது துணியப்பட வேண்டிய மாறிலியாகும். $\dot{X}^2 = \omega^2(c^2 - X^2)$ எனக் கருதுக. இந்த எளிமை இசை இயக்கத்தின் வீச்சு c ஐக் காண்க. துணிக்கை P அடையும் தாழ்ந்த புள்ளி L என்க. P ஆனது A இலிருந்து L க்கு நகர எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

16. l நீளமுடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மையில்லாத இழையின் ஒரு முனை A உடன் $m\,kg$ நிறையுடைய ஒரு துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது, மறுமுனை O நிலையாக உள்ளது. ஆரம்பத்தில் P துணிக்கை O இற்கு கீழே செங்குத்தாக தொங்குகிறது. இது தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து $u\,ms^{-1}$ வேகத்தில் கிடைமட்டமாக எறியப்படுகிறது.

(a) v^2 ஐ காண்க, OA ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் θ $(0< \theta < 90^o)$ கோணத்தை ஆக்கும்போது துணிக்கையின் வேகம் v எனின். இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.

(b) துணிக்கை அதன் வட்டப் பாதையை விட்டு வெளியேறும்போது, OA ஆனது மேல்முக நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தை காண்க.

17. (a). X, Y மற்றும் Z இயந்திரங்கள் மூலம் ஆணிகளை உருவாக்குவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{1}{10}$ ஆகும். X, Y மற்றும் Z இலிருந்து தயாரிக்கப்படும் ஆணிகளில் $1\%, 3\%$ மற்றும் 5% குறைபாடுள்ளவை என்பது அறியப்படுகிறது.

(i) உருவாக்கப்பட்ட ஒரு ஆணி குறைபாடுடையதாகக் கண்டறியப்படுவதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(ii) ஒரு ஆணி குறைபாடுடையதாகக் கண்டறியப்பட்டால், அந்த ஆணி X இயந்திரத்தால் உருவாக்கப்பட்டதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(b). இணைந்த கணித மாதிரி வினாத்தாளின் விடைகளுக்கு 100 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு குழு பெற்றுக் கொண்ட மதிப்பெண்களின் பரம்பலை பின்வரும் அட்டவணை வழங்குகிறது.

மதிப்பெண்கள் வீச்சு	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
$0 - 20$	5
$20 - 40$	30
$40 - 60$	50
$60 - 80$	10
$80 - 100$	5

இந்த பரம்பலின் இடை மற்றும் நியம விலகலைக் காண்க.