067

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்

கணிதத் திணைக்களம்

விஞ்ஞானத்தில் உயர்சான்றிதழ்

MYF2522/MHF2522 – இணைந்த கணிதம் 4 – மட்டம் 2

இறுதிப் பரீட்சை 2023/2024

திகதி: 28-01-2024 முப. **9:30** இலிருந்து பிப **12:30** வரை

பகுதி A இல் **அனைத்து** வினாக்களுக்கும் மற்றும் **பகுதி B** இல் **ஐந்து** வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

பகுதி A

1. திணிவு $4kg$, ஆரை $5cm$ மற்றும் மையம் O உடைய ஒரு ஒப்பபமான சீரான கோளம், ஒரு ஒப்பமான செங்குத்து சுவருக்கு எதிராக ஓய்விலுள்ளது. இது $8cm$ நீளமுடைய ஒரு ஒப்பமான இழையினால் தாங்கப்படுகிறது. இழையின் ஒரு முனை சுவரில் ஒரு நிலையான புள்ளி A உடனும் மற்றும் மற்றைய முனை கோளத்தின் மேற்பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. சுவரில் இழையின் சாய்வைக் காண்க.

2. சம நீளம் ஆனால் நிறை W மற்றும் $3W$ உடைய இரண்டு சீரான கோல்கள் AB மற்றும் BC ஆகியவை B இல் ஒன்றாக சுயாதீனமாக இணைக்கப்பட்டுள்ளன. கோல்கள் செங்குத்துத் தளத்தில், A மற்றும் C முனைகள் ஒப்பமான கிடைமட்ட தரையின் மீது இருக்குமாறு நிற்கின்றன. அவை ஒன்றுக்கொன்று 60^0 இல் சாய்ந்துள்ளன. பிணைப்பு B இல் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

3. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை $2l$ நீளமுடைய ஒரு இழையின் நடுப்புள்ளியில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது, இழையின் ஒரு முனை ஒரு நிலையான புள்ளி O வுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது, மற்றும் மற்றைய முனை திணிவு m ஐ உடைய ஒரு வளையத்துடன் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது, இது O வின் ஊடாக ஒரு செங்குத்து கோலில் சறுக்குகிறது. துணிக்கை, கோலைப் பற்றி மாறா கோண வேகம் ω உடன் ஒரு கிடைமட்ட வட்டத்தில் நகர்ந்தால், இழையின் இரு பகுதிகளினதும் சாய்வு செங்குத்துடன் $\cos^{-1}\left(\frac{3g}{l\omega^2}\right)$ எனக் காட்டுக.

4. முக்கூறியிடல் புள்ளியில் ஈர்ப்பு மையத்தைக் கொண்ட ஒரு ஏணி, ஒரு முனை கரடான கிடைமட்ட தரையின் மீதும் மறு முனை செங்குத்து சுவருக்கு எதிராகவும் இருக்குமாறு ஒரு செங்குத்துத் தளத்தில் சாய்ந்திருக்கிறது, அதாவது அதன் ஈர்ப்பு மையம் செங்குத்து சுவருக்கு அருகில் இருக்கும். ஒவ்வொரு தொடுகைப் புள்ளியிலும் உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும் மற்றும் ஏணி செங்குத்துடன் θ கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் போது அது நழுவும் நிலையில் உள்ளது, $\tan\theta = \frac{3\mu}{2-\mu^2}$ எனக் காட்டுக.

5. a ஆரையுடைய ஒரு திடமான அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம் அதன் தள முகத்தில் இருந்து $\frac{3a}{8}$ தூரத்தில் இருக்கும் எனக் காட்டுக.

6. முறையே m மற்றும் $2m$ திணிவுடைய இரண்டு துணிக்கைகள் P மற்றும் Q ஒரு இலேசான மீள்தன்மையில்லாத l நீளம் உடைய ஒரு இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. $l > \frac{\pi a}{2}$ ஆகும். துணிக்கை P, ஆரை a மற்றும் மையம் O வை உடைய ஒரு ஒப்பமான திண்மக் கோளத்தின் அதியுயர் புள்ளியில் ஓய்விலுள்ளது மற்றும் துணிக்கை Q, சுயாதினமாக தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.

P ஐ சுயாதினமாக விடுவித்த பிறகு t நேரத்தில், OP ஆனது மேல்நோக்கி செங்குத்தாக ஒரு θ கோணத்தை ஆக்குகிறது, $3a\dot{\theta}^2 = 2g(1 + 2\theta - \cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

7. $2l$ நீளமுடைய ஒரு இழையின் ஒவ்வொரு முனைக்கும், ஒவ்வொன்றும் m திணிவுகளை கொண்ட இரண்டு A மற்றும் B துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. தொகுதி ஒரு ஒப்பமான கிடைமட்ட மேசையில் B உடன் ஆரம்பத்தில் A இலிருந்து l தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளி C இல் உள்ளது. முனையில் உள்ள துணிக்கை B, AC க்கு செங்குத்தாக u வேகத்தடன் மேசைக்கு குறுக்காக எறியப்படுகிறது. உடனடியான இழுவைக்கு பிறகு ஒவ்வொரு துணிக்கையும் நகரத் தொடங்கும் வேகத்தையும் மற்றும் கணத்தாக்கிழுவையின் பருமனையும் காண்க.

8. இரண்டு சிறிய சீரான ஒப்பமான கோளங்கள் A மற்றும் B சம அளவு மற்றும் திணிவுகள் முறையே m மற்றும் $4m$, அவை முறையே $2u$ மற்றும் $6u$ வேகத்துடன் நேராக ஒன்றையொன்று நோக்கி நகர்கின்றன. கோளங்களுக்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். மோதிய உடனே B இன் வேகத்தைக் காண்க.

9. $P(B') = \frac{2}{3}$ மற்றும் $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ மற்றும் $P(A/B) = \frac{3}{4}$ என ஆகுமாறு A மற்றும் B ஆகியவை ஒரே மாதிரி வெளியில் உள்ள இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.
(a) $P(B)$, (b) $P(A \cap B)$, (c) $P(A)$, (d) $P(A' \cup B')$, என்பவற்றைக் காண்க.

10. ஒரு இயந்திரத்தால் உற்பத்தி செய்யப்படும் 20% மின்குமிழ்கள் குறைபாடுடையதாக இருக்கும் எனின், எழுமாறாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 4 மின்குமிழ்களில் 3 குறைபாடுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

பகுதி B

11. இரண்டு சமமான சீரான $2a$ நீளமுள்ள கோல்கள் AB மற்றும் BC இறுக்கமாக B இல் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ ஆகும். இத் தொகுதியானது, AB ஒரு கிடைமட்ட தொடலியையும் மற்றும் கோல் BC ஒரு நிலைக்குத்து தொடலியையும் r ஆரையுடைய ஒரு கரடான வளையத்தினுடன் ஆக்குமாறு எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. $a > r$ மற்றும் கோல்களுக்கும் வளையத்திற்கும் இடையிலான உராய்வு குணகம் μ எனவும் கருதிக் கொண்டு, $\frac{1-\mu}{1+\mu^2} = \frac{a}{2r}$ எனக் காட்டுக.

12. W நிறையுடைய சீரான கோல்கள் AB மற்றும் AC ஒவ்வொன்றினதும் நீளம் $5m$, அவை A இல் ஒப்பமாக இணைக்கப்பட்டுள்ளன. B மற்றும் C முனைகள் ஒரு ஒப்பமான கிடைமட்ட மேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டன, இதனால் $BC = 8m$ ஆகும். AB மற்றும் AC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E ஆகும். தொகுதியானது இரண்டு மெல்லிய மீள்தன்மையில்லா இழைகள் CD மற்றும் BE மூலம் நிலைக்குத்து தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளதது.
(a) $B\hat{C}D = tan^{-1}\frac{1}{4}$ எனக் காட்டுக.
(b) இழையில் உள்ள இழுவையையும் மற்றும் A இல் உள்ள மறுதாக்கத்தினையும் காண்க.

13. ஆரை r மற்றும் மையத்தில் ஒரு கோணம் 2α வை எதிரமைக்குகின்றதுமான ஒரு சீரான ஆரைச் சிறையின் திணிவு மையம், மையத்தில் இருந்து சமச்சீர் அச்சில் $\frac{2}{3}r\frac{\sin\alpha}{\alpha}$ என்னும் தூரத்தில் உள்ளதெனக் காட்டுக.

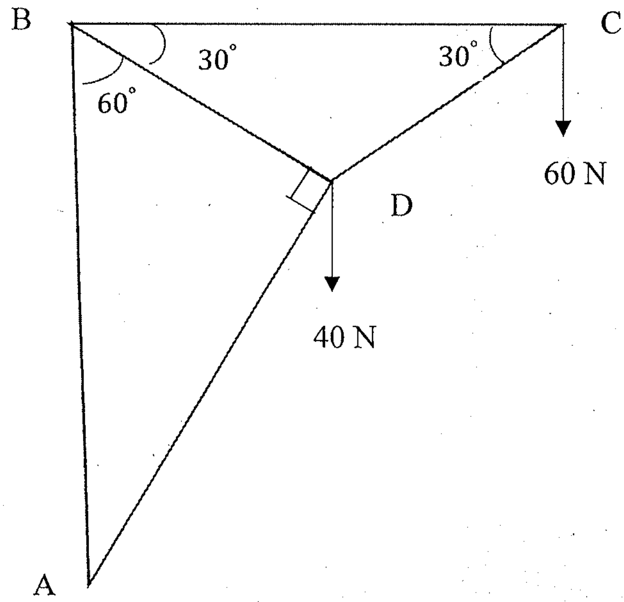
ஆரைச்சிறை AOB புள்ளி A இலிருந்து சுயாதீனமாக தொங்கவிடப்பட்டால், அதன் அச்சு செங்குத்துடன் θ கோணத்தை உருவாக்குகிறது. $\tan\theta = \frac{3\alpha\tan\alpha}{3\alpha - 2\tan\alpha}$ எனக் காட்டுக.

14. காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படலத்தில், $BC = 6a$. சட்டப்படலமானது A இல் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் BD க்கு செங்குத்தாக B இல் கீழ்நோக்கி தொழிற்படும் விசையால் BC கிடைமட்டமாக பேணப்படுகிறது. நிறைகள் $60N$ மற்றும் $40N$ முறையே C மற்றும் D இலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன.

(i) B இலுள்ள விசையைக் காண்க.

(ii) பிணையலில் உள்ள விசையின் பருமன் மற்றும் திசையைக் காண்க.

(iii) போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைக மற்றும் ஒவ்வொரு கோலிலும் உள்ள விசைகளைக் காண்க அத்துடன் அவை இழுவைகளா அல்லது உதைப்புகளா என வாய்ப்புப் பார்க்க.



15. (a) M திணிவுடைய ஒரு துப்பாக்கி ஒரு ஒப்பமான கிடைமட்ட தளத்தில் அதன் பீப்பாய் கிடைமட்டத்துடன் ஒரு α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளவாறு உள்ளது. இதனால் ஒரு ஒப்பமான கிடைமட்ட தளத்தின் மீது சுதந்திரமாக பின்னடிக்க முடியும். m திணிவுடைய ஒரு குண்டு அதிலிருந்து கிடைமட்டத்துடன் θ கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் u வேகத்துடன் சுடப்படுகிறது. $\tan\theta = \left(1 + \frac{m}{M}\right)\tan\alpha$ எனக் காட்டுக.

(b). $10\,ms^{-1}$ வேகத்தில் நகரும் 1 kg திணிவுடைய ஒரு கோளம் A, $8\,ms^{-1}$ வேகத்தில் அதே திசையில் நகரும் 2.5 kg திணிவுடைய ஒரு கோளம் B உடன் நேரடியாக மோதுகிறது. மோதலின் பின்னர் A மற்றும் B இன் வேகங்கள் முறையே u மற்றும் v, மற்றும் மீளமைவுக் குணகம் e எனின், $u = \frac{10}{7}(6 - e)$ மற்றும் $v = \frac{4}{7}(15 + e)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\frac{50}{7} \leq u \leq \frac{60}{7}$ மற்றும் $\frac{60}{7} \leq v \leq \frac{64}{7}$ என்பதையும் ஊய்த்தறிக.

16. இயற்கை நீளம் l மற்றும் மீள்தன்மை மட்டு mg ஐ உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மையுள்ள இழையின் ஒரு முனை நிலையான புள்ளி O வுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் அதன் மறுமுனையில் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை O வில் வைக்கப்பட்டு மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகிறது. O வில் இருந்து துணிக்கை உடனடியாக ஓய்வெடுக்கும் புள்ளி வரையான ஆழத்தைக் காண்க. அடுத்தடுத்த இயக்கத்தின் அலைவுகாலம் $2\sqrt{\frac{l}{g}}\left(\pi - \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

17. (a) கீழே உள்ள அட்டவணையில் ஒரு மணி நேரத்திற்கு வழங்கப்படும் ஊதியம் மற்றும் ஒரு தொழிற்சாலையின் பணியாளர்களின் எண்ணிக்கை தரப்பட்டுள்ளது.

ஊதியம்/ மணிநேரம் Rs.	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை f
800-900	14
700-800	30
600-700	52
500-600	79
400-500	206
300-400	146
200-300	88
100-200	45

கணிக்க.

(i) இடை ஊதியம்
(ii) நியம விலகல்
(iii) இடையம்
(iv) வளைவின் குணகம் மற்றும் பரம்பலின் வடிவத்தை வரைக.

(b). ஒரு குறிப்பிட்ட நிபந்தனைக்கான திரையிடல் சோதனை 100% நம்பகமானதல்ல. உண்மையில், ஒருவருக்கு வைரஸ் சோதனை நேராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 99% ஆகும். ஒருவருக்கு வைரஸ் சோதனை நேராக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 5% ஆகும். இவ் வைரஸைக் கொண்ட மக்கள் விகிதம் 0.5% ஆகும்.

ஒரு நபர் எழுமாறாக தெரிவு செய்யப்பட்டு வைரஸ்காக சோதிக்கப்படுகிறார்.

(i) அந்த நபர் வைரஸைக் கொண்டிராமல் இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி A எனவும் மற்றும் அந்த நபருக்கு சோதனை நேராக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி B எனவும் கொண்டு, இச் சந்தர்ப்பத்தை ஒரு மரவறிப் படத்தில் வரைக.
(ii) அந்த நபருக்கு சோதனை நேராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
(iii) அந்த நபருக்கு சோதனை நேராக இருக்கும் எனின், அந்த நபர் வைரஸைக் கொண்டிராமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
(iv) பகுதி (iii) க்கான உங்கள் விடையின் வெளிச்சத்தில், சோதனையின் செயல்திறனைப் பற்றி சுருக்கமாக விளக்குக.