096

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය

විද්‍යා උසස් සහතික පත්‍ර පාඨමාලාව– **02 මට්ටම**

අවසාන පරීක්ෂණය – **2023/2024**

MYF2522- සංයුක්ත ගණිතය **4**

කාලය: - පැය තුනයි.

දිනය :- **29-10-2023** වේලාව :- පෙ.ව. **9:30** – ප.ව. **12.30.**

A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. B කොටසෙහි ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. දිග $8\ cm$ ක් වූ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සිරස් බිත්තිය මත A ලක්ෂයකට සවිකර ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය $4\ kg$ සහ අරය $5\ cm$, කේන්ද්‍රය O වූ සුමට ඒකාකාර ගෝලයේ මතුපිට ලක්ෂ්‍යයකට අමුණා ගෝලය සුමට සිරස් බිත්තිය ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතතාවයේ පවතී නම් තන්තුව බිත්තිය සමග සාදන කෝණය සොයන්න.

2. AB සහ BC සමාන දිගැති බර W සහ $3W$ වූ ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි නිදහසේ එකට සම්බන්ධ කර ඇත. දඬු දෙකෙහි A සහ C දෙකෙළවර සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත්තේ සැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටන පරිදිය. දඬු අතර කෝණය 60^0 නම්. B හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

3. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් $2l$ දිග තන්තුවක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට සවි කර ඇති අතර, එහි එක් කෙළවරක් O ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයකටද අනෙක් කෙළවර O හරහා යන සිරස් දණ්ඩක් මත චලනය විය හැකි ස්කන්ධය m වූ මුදුවකට ගැටගසා ඇත. අංශුව, ω ඒකාකාර කෝණික ප්‍රවේගයකින් තිරස් වෘත්තාකර පථයක චලනය වන්නේ නම්, තන්තුවෙහි කොටස් දෙකම සිරසට $\cos^{-1}\left(\frac{3g}{l\omega^2}\right)$ කෝණයකින් ආනත බව පෙන්වන්න.

4. ඉණිමගක ගුරුත්වකේන්ද්‍රය එහි දිගෙන් $\frac{1}{3}$ කින් පිහිටි අතර එය සිරස් තලයක පිහිටන පරිදි එක කෙලවරක් රළු තිරස් තලයක් මත තබා අනෙක් කෙළවර සිරස් බිත්තියකට හේත්තු කර ඇත්තේ, ඉණිමගේ ගුරුත්කේන්ද්‍රය බිත්තියට සමීපව පිහිටන පරිදිය. එක් එක් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වන අතර ඉණිමඟ සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතින විට සිරසට θ කෝණයකින් ආනත නම් $\tan\theta = \frac{3\mu}{2-\mu^2}$ බව පෙන්වන්න.

5. අරය a වන ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි තල මුහුණතට $\frac{3a}{8}$ දුරින් පිහිටා ඇති බව පෙන්වන්න.

6. පිළිවලින් ස්කන්ධය m සහ $2\ m$ වූ P සහ Q අංශු දෙකක් දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර ඇත. මෙහි $l > \frac{\pi a}{2}$ වේ. කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ සුමට ඝන ගෝලයක ඉහළම ලක්ෂයේ P අංශුව රඳවා ඇති අතර Q අංශුව නිදහසේ එල්ලෙමින් පවතී. P අංශුව නිදහස් කර t කාලයකට පසු OP සිරසට θ කෝණයක් සාදයි නම් $3a\dot{\theta}^2 = 2g(1 + 2\theta - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

7. එකිනෙකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් දිග $2l$ වූ තන්තුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. මුළු පද්ධතියම සුමට තිරස් තලයක තබා ඇත්තේ B අංශුව A සිට l දුරකින් පිහිටි C ලක්ෂයක පිහිටන පරිදිය. B අංශුව AC ට ලම්බක දිශාවකට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපනය කරයි. තන්තුව ඇදීමෙන් පසු එක් එක් අංශු චලනය වීමට පටන් ගන්නා ප්‍රවේග සහ තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය සොයන්න.

8. ස්කන්ධ m හා $4m$ වූ සුමට ඒකාකාර ගෝල දෙකක් එකිනෙක දෙසට පිළිවෙලින් $2u$ සහ $6u$ වේගයෙන් පැමිණ ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම්, ගැටුමෙන් පසු B හි වේගය සොයන්න .

9. A සහ B යනු එකම නියැදි අවකාශයේ $P(B') = \frac{2}{3}, P(A \cup B) = \frac{5}{8}, P(A/B) = \frac{3}{4}$ වන පරිදි වූ සිද්ධි දෙකකි.
   i. $P(B)$,
   ii. $P(A \cap B)$,
   iii. $P(A)$
   iv. $P(A' \cup B')$) සොයන්න.

10. යන්ත්‍රයක් නිපදවන බල්බ වලින් 20% ක් දෝෂ සහිත නම්, අහඹු ලෙස තෝරාගත් බල්බ 4 කින් 3 ක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

B කොටස

11. දිග $2a$ වූ සමාන ඒකාකාර AB හා BC දඬු දෙකක් B හි දී දෘඩ ලෙස සම්බන්ධ කර ඇත. $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$. AB තිරස්ව සහ BC සිරස් ව පිහිටන පරිදි අරය r වූ වළල්ලක් මත මෙම පද්ධතිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. මෙහි $a > r$ සහ දඬු හා වළල්ල අතර සර්ෂණ සංගුණකය μ වේ යැයි උපකල්පනය කර $\frac{1-\mu}{1+\mu^2} = \frac{a}{2r}$ බව පෙන්වන්න .

12. බර W හා දිග $5m$ වන AB සහ AC ඒකාකාර දඬු දෙකක් A හි සුමට ලෙස සම්බන්ධ කර ඇත. B හා C දෙකෙළවර සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ $BC = 8m$ වන පරිදිය. AB සහ AC වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් D සහ E වේ. පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ CD සහ BE සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් ආධාරයෙනි.
   i. $B\hat{C}D = tan^{-1}\frac{1}{4}$ බව පෙන්වන්න.
   ii. තන්තුවේ ආතතිය සහ A හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න .

13. කේන්ද්‍රයේදී 2α කෝණයක් ආපාතනය කරන අරය r වූ ඒකාකාර තල ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2r\sin\alpha}{3\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න .

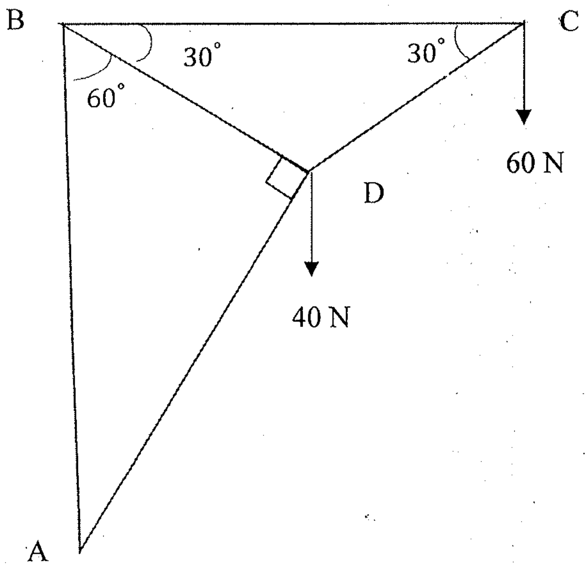
මෙම AOB කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහසේ එල්ලා ඇති විට, එහි සමමිතික අක්ෂය සිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි නම් $\tan\theta = \frac{3\alpha\tan\alpha}{3\alpha - 2\tan\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

14. පෙන්වා ඇති රාමුවේ, $BC = 6a$ වේ. රාමුව A වලින් අසව් කර B හිදී BD ට ලම්බකව පහලට යෙදූ බලයක් ආධාරයෙන් BC තිරස් වන පරිදි තබා ඇත. බර 60N සහ 40N පිළිවෙලින් C සහ D වලින් එල්ලා ඇත.

i. B හිදී යෙදූ බලය ද.

ii. A හිදී අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සහ දිශාව ද සොයන්න.

iii. බෝ අංකනය භාවිතා කරමින් බල රූප සටහන අඳින්න. එමගින් දඬු මත ක්‍රියාකරන බල ගණනය කර ඒවා ආතතියක්ද තෙරපුම් ද යන වග සඳහන් කරන්න.



15.

a) ස්කන්ධය M වූ තුවක්කුවක බඳ තිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන අතර එයට සුමට තිරස් තලයක් මත නිදහසේ වාන්ගු විය හැකිය. m ස්කන්ධයෙන් යුත් උණ්ඩයක් වෙඩි තැබීමෙන් තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයකින් තුවක්කුවෙන් පිටවේ නම්,
$\tan\theta = \left(1 + \frac{m}{M}\right)\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

b) ස්කන්ධය 1kg වූ A ගෝලයක් $10\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් චලිත වන අතර එම දිශාවටම $8\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් චලිත වන ස්කන්ධය 2.5kg වූ B ගෝලය හා ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් u සහ v නම් සහ ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, $u = \frac{10}{7}(6 - e)$ සහ $v = \frac{4}{7}(15 + e)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\frac{50}{7} \le u \le \frac{60}{7}$ සහ $\frac{60}{7} \le v \le \frac{64}{7}$ බවත් අපෝහනය කරන්න.

16. දිග l හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට සහ අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධ m වූ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. අංශුව O හි රඳවා සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වන විට O සිට පහලට ගමන් කර ඇති දුර සොයන්න. පසුව ඇතිවන අනුවර්තී චලිතයේ ආවර්ත කාලය,
$2\sqrt{\frac{l}{g}}\left(\pi - \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

17.

a) කම්හලක, පැයකට ගෙවන වැටුප් සහ එයට අදාල සේවක සංඛ්‍යාව පහත වගුවේ දක්වා ඇත.

වැටුප් / පැය රුපියල්.	සේවක සංඛ්‍යාව f
800-900	14
700-800	30
600-700	52
500-600	79
400-500	206
300-400	146
200-300	88
100-200	45

i. මධ්‍යනාය
ii. සම්මත අපගමනය
iii. මධ්‍යස්ථය ගණනය කරන්න
iv. කුටිකතා සංගුණකය ගණනය කර ව්‍යාප්තියේ හැඩය දළ සටහනකින් පෙන්වන්න.

b) එක්තරා රෝගයක් සඳහා වන පිරික්සුම් පරීක්ෂණය 100% විශ්වාසදායක නොවේ, වෛරසය ඇති පුද්ගලයෙකු පරීක්ෂා කල විට ඔහුට රෝගය වැළදී ඇති බව පෙන්වීමේ සම්භාවිතාව 99% කි.වෛරසය නොමැති පුද්ගලයෙකු පරික්ෂා කල ඔහුට රෝගය වැළදී ඇති බව පෙන්වීමේ සම්භාවිතාව 5% කි. ජනගහනයෙන් 0.5% කට වෛරසය වැළදී ඇත. අහඹු ලෙස තෝරාගත් පුද්ගලයෙකු වෛරසය සඳහා පරික්ෂා කරනු ලැබේ.

i. A යනු පුද්ගලකුට වෛරසය නොමැති බව යන සිද්ධිය ද B යනු පරික්ෂා කල පුද්ගලයාට රෝගය වැළදී ඇතැයි පෙන්නුම් කිරීමේ සිද්ධිය ලෙස ද ගෙන මෙය රුක් සටහනක් මගින් දක්වන්න.

ii. පරික්ෂා කල පුද්ගලයාට රෝගය වැළදී ඇතැයි පෙන්වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iii. පරික්ෂා කල පුද්ගලයාට රෝගය වැළදී ඇති බව පෙන්නුම් කරයි නම් පුද්ගලයාට රෝගය නොමැති වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න

iv. ඉහත (iii) කොටසේ පිළිතුර අනුව, මෙම පරීක්ෂණයේ සඵලතාවය පිළිබඳව කෙටියෙන් අදහස් දක්වන්න.