ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්ව විද්‍යාලය

විද්‍යා උසස් සහතික පත්‍ර පාඨමාලාව– 02 මට්ටම

අවසාන පරීක්ෂණය – 2023/2024

MYF2520/ MHF2520- සංයුක්ත ගණිතය 2

කාලය: - පැය තුනයි .

දිනය :- 27-01-2024 වේලාව :- පෙ.ව. 9.30 – ප.ව. 12.30.

A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. **B** කොටසෙහි ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

1. A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. C යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වන අතර, AB මත D ලක්ෂ්‍යය $AD:DB = 1:2$ වන පරිදි සහ $AE:EB = 2:1$ වන පරිදි AB මත E පිහිටයි නම් C, D සහ E ලක්ෂ්‍යයන් හි පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

2. $\underline{a}$ හා $(\underline{a}+\underline{b})$ එකිනෙකට ලම්බක දෛශික වේ නම් , $|\underline{a}+\underline{b}|^2 = |\underline{b}^2 - \underline{a}^2|$ බව පෙන්වන්න.

3. 2θ කෝණයකින් ආනත සමාන බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්ත බලය 2α කෝණයකින් ආනත වන විට සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය මෙන් දෙගුණයක් නම් $\cos\theta = 2\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

4. $ABCD$ යනු සමචතුරස්‍රයකි. E හා F යනු පිළිවෙළින් BC සහ CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවේ. AB, AE, CA, AF, AD දිගේ නිවටන් $5, 2\sqrt{5}, 5\sqrt{2}, 4\sqrt{5}, 1$ බලයන් ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලය සොයන්න.

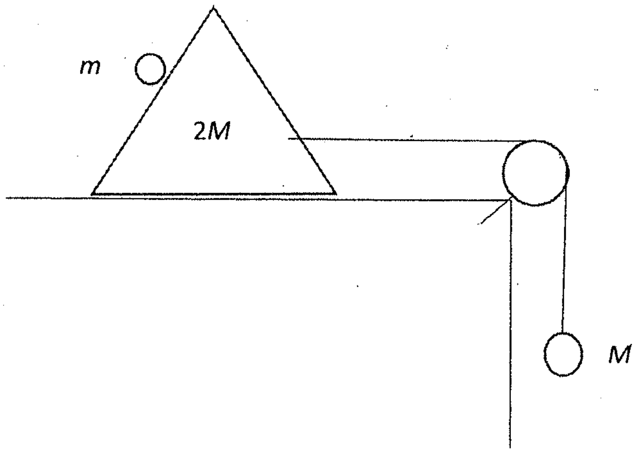
5. අරය a සහ බර W වූ ගෝලයක් සුමට ආනත තලයක නිශ්චලතාවයේ තබා ඇත්තේ දිග l වූ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ගෝලයට හා අනෙක් කෙළවර තලය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකට සවි කිරීමෙනි.තලය තිරස සමග සාදන කෝණය α නම්, තන්තුවේ ආතතිය $\frac{W(a+l)\sin\alpha}{\sqrt{2al+l^2}}$ බව පෙන්වන්න.

6. මෝටර් රථයක් d දුරක් ගමන් කිරීමට T කාලයක් ගතවේ. මෝටර් රථය නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹා a_1 ත්වරණයකින් ගමන් කර V උපරිම ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී. පසුව a_2 මන්දනයකින් ගමන් කර නිශ්චල වේ නම්, $T = \sqrt{\frac{2d(a_1+a_2)}{a_1a_2}}$ සහ $V = \sqrt{\frac{2da_1a_2}{a_1+a_2}}$ බව පෙන්වන්න .

7. සිරස්ව 120 m ක් ඉහළින් පිහිටි ස්ථානයක සිටින නිරීක්ෂකයෙකුට, වස්තුවක් ඔහුව පසුකර ඉහලට යන බවත්, තත්පර 5 කට පසු එම වස්තුව ඔහු පසුකර පහලට යන බවත් නිරීක්ෂණය කරයි. වස්තුව බිම් මට්ටමේ සිට ප්‍රක්ෂේපනය කර ඇත්නම් එහි ප්‍රක්ෂේපන ප්‍රවේගය සොයන්න.

8. O ලක්ෂ්‍යකට සාපේක්ෂව ප්‍රක්ශිප්තයක පථයේ ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක (x, y) වේ. R යනු තිරස් පරාසය හා ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය θ නම් $\tan\theta = \frac{Ry}{x(R-x)}$ බව පෙන්වන්න.

9. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, ස්කන්ධය $2M$ වූ කුඤ්ඤයකට අමුණා ඇති තන්තුවක් සුමට කප්පියක් මතින් යවා අනෙක් කෙලවරට ස්කන්ධය M වූ අංශුවක් අමුණා ඇත. කුඤ්ඤයේ 45° කින් ආනත මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. සියලුම චලනයන් උපරිම ආනතියෙන් යුතු සිරස් තලයක සිදු වේ නම්. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව m හි ත්වරණය $\frac{\sqrt{2}g(4M+m)}{(6M+m)}$ බව පෙන්වන්න.



10. උතුරට ගමන් කරන නැවකට සාපේක්ෂව සතුරු යාත්‍රාවක් u ප්‍රවේගයෙන් උතුර දිශාවෙන් 45^0 නැගෙනහිර දිශාවට ගමන් කරන බව නිරීක්ෂණය කරයි. එම වේගයෙන් ම දකුණ දෙසට ගමන් කරන තවත් නැවකට සාපේක්ෂව සතුරු යාත්‍රාව උතුරු දිශාවෙන් 30^0 නැගෙනහිර දිශාවට යාත්‍රා කරන බව නිරීක්ෂණය කරයි. සතුරු යාත්‍රාව යාත්‍රා කරන සැබෑ දිශාව උතුරින් θ° නැගෙනහිරට නම්, $\theta = \tan^{-1}(\sqrt{3}-1)$ බව පෙන්වා සතුරු යාත්‍රාවේ ප්‍රවේගයද සොයන්න

B කොටස

11.

a) $OABC$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි . D යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ . OD සහ AC, E හිදී ඡේදනය වේ . $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OB} = \underline{b}, OE : ED = \lambda : 1$ සහ $CE : EA = \mu : 1$.

i. $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OD}$ සොයන්න. එමගින් $\overrightarrow{OE}$ දෛශිකය $\underline{a}, \underline{b}$ හා λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

ii. $\overrightarrow{AC}$ සොයන්න. $\overrightarrow{OE}$ දෛශිකය $\underline{a}, \underline{b}$ හා μ ඇසුරෙන් සොයන්න.

iii. (i) හා (ii) හි ලබාගත් ප්‍රතිපල භාවිතයෙන් λ හා μ සොයන්න.

iv. දික්කල OD හා CB, H හි දී හමුවෙ නම් $\overrightarrow{OH}$ සොයන්න.

b) $\underline{a} = \underline{i} + \sqrt{3}\,\underline{j}$ මෙහි $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ සුපුරුදු පරිදි අර්ථ දැක්වේ. $\underline{b}$ යනු විශාලත්වය $\sqrt{3}$ සහිත දෛශිකයකි. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ නම්, $\underline{b}$ දෛශිකය $x\underline{i} + y\,\underline{j}$ ආකාරයෙන් සොයන්න. $x(< 0)$ සහ y යනු නිර්ණය කළ යුතු නියතයන් වේ.

12. $ABCDEF$ පාදයක දිග $2a$ වූ ෂඩාස්‍රයකි. AB, BC, CD, DE, EF, FA පාද දිගේ අනුපිළිවෙලින් විශාලත්වය $P, Q, R, P, 2P, 3P$ N වූ බල ක්‍රියාකරයි.

a) පද්ධතිය බල යුග්මයකට ඌනනය වේ නම්, $Q = 2P$ සහ $R = 3P$ බව පෙන්වන්න. බල යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

b) පද්ධතිය AD දිගේ පවතින තනි බලයකට ඌනනයවේ නම් Q සහ R, P ඇසුරෙන් සොයන්න.

13.

a) W බර වන දණ්ඩක් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය මගින් $2:1$ අනුපාතයට බෙදයි. දණ්ඩ සුමට කුහර ගෝලයක් තුළ සමතුලිතතාවයේ පවතී. දණ්ඩ කුහර ගෝලයේ කේන්ද්‍රයේ 2α කෝණයක් ආපාතනය කරයි. දණ්ඩ තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි නම් $\tan\theta = \frac{1}{3}\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න. දණ්ඩේ දෙකෙලවර ප්‍රතික්‍රියාව W සහ α ඇසුරෙන් සොයන්න.

b) W බරින් යුත් ඒකාකාර ඉණිමගක් රළු තිරස් බිමක හා සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ වන සේ තබා ඇත. ඉණිමග පිහිටි සිරස් තලය බිත්තියට ලම්බක වන අතර ඉණිමග සිරසට α කෝණයක් ආනත වේ. ඉණිමග සීමාකාරී සමතුලිතයේ පවතී නම් සහ μ යනු ඝර්ෂණ සංගුණකය නම්, $\tan\alpha = 2\mu$ බව පෙන්වන්න.

14. බැලූනයක් නිශ්චලතවයේ සිට $\frac{g}{8}\, ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහලට නඟියි. t කාලයකට පසු, බැලූනය වස්තුවක් මුදා හරිනු ලැබේ. එහි ප්‍රතිඵලයක් ලෙස බැලූනයේ ත්වරණය $\frac{g}{4}\, ms^{-2}$ දක්වා වැඩිවේ.තවත් $\frac{t}{4}$ කාලයකට පසු බැලූනය පිපිරී ගුරුත්වාකර්ෂණය යටතේ නිදහසේ වැටීමට පටන් ගනී, බැලූනය සහ වස්තුව සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්ථාර එකම සටහනේ අඳින්න, (g යනු ගුරුත්වජ ත්වරණයයි) . එනයින්,

i. බැලූනයෙන් වස්තුව මුදා හරින විට ගමන් කර ඇති විස්ථාපනය සොයන්න.
ii. වස්තුව උපරිම උසට යාමට ගතවන කාලය.
iii. බැලූනය උපරිම උසට යාමට ගතවන කාලය සොයන්න.
iv. බැලූනයේ හා වස්තුවේහි ප්‍රවේග සමානවීමට ගතවන කාලය සහ එම ප්‍රවේගය සොයන්න.

15. වස්තුවක් තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපනය කරයි. එම වස්තුව තිරස් d දුරකින් පිහිටි h උස බිත්තියක් උඩින් ගමන් කරයි නම් වස්තුවේ පථයට බිත්තියේ කෙළවර සිට උස සොයන්න.

වස්තුව බිත්තිය යන්තමින් ස්පර්ශ කරයි නම් $u^2 = \frac{gd^2}{2(d\,tan\theta - h)\cos^2\theta}$ බව පෙන්වන්න.

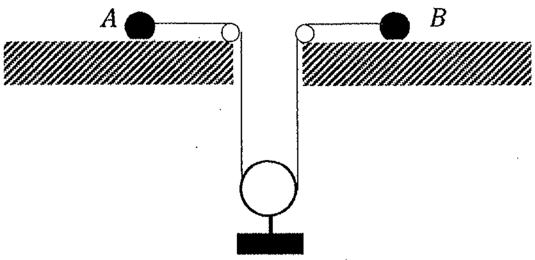
වස්තුව ලඟා වන උපරිම උස H නම් $H = \frac{d^2\tan^2\theta}{4(d\tan\theta - h)}$ බව පෙන්වන්න.

චලිතයේ පරාසය R නම් $R = \frac{dh}{d\tan\theta - h}$ බව පෙන්වන්න.

16. OA සහ OB සෘජු මාර්ග දෙකක් α කෝණයකින් හමු වේ. P මෝටර් රථයක් OA දිගේ O දෙසට ඒකාකාර u වේගයකින් ගමන් කරන අතර Q දෙවන මෝටර් රථය OB දිගේ O සිට ඒකාකාර v වේගයකින් ඉවතට ගමන් කරයි . $t = 0$ වේ හිදී P මෝටර් රථය O සිට a දුරකින්ද, Q මෝටර් රථය O හි ඇත . Q ට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගය සොයන්න

i. මෝටර් රථ අතර කෙටිම දුර $\frac{av\sin\alpha}{\sqrt{u^2+v^2+2uv\cos\alpha}}$ බව පෙන්වා එම දුර ළඟා වීමට ගතවන කාලය සොයන්න.
ii. ඒවා කෙටිම දුරින් ඇති විට O සිට දුර වල අනුපාතය $v + u\cos\alpha : u + v cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

17.

a) බර W මෝටර් රථයක් H උපරිම ක්ෂමතාවයකින් ක්‍රියා කරයි. R යනු සර්ෂණය නිසා හට ගන්නා ප්‍රතිරෝධී බලයයි. මෝටර් රථය $\sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$ බෑවුමකින් ඉහළට ගමන් කරන විට එහි උපරිම වේගය V වන අතර එම බෑවුමේදී පහළට ගමන් කරන විට එහි උපරිම වේගය $2V$ වේ . තිරස් මාර්ගයකදී මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය U වේ . දී ඇති බෑවුමේදී මෝටර් රථය $\frac{U}{2}$ වේගයකින් ඉහලට ගමන් කරන විට එහි උපරිම ත්වරණය සොයන්න .

b) පිළිවලින් ස්කන්ධ 5kg සහ 3kg වූ A සහ B අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත.මෙම තන්තුව සුමට චලනය විය හැකි ස්කන්ධය 2kg කප්පියක් මතින් දමා A සහ B අංශු රළු තිරස් තල දෙකක් මත රඳවා ඇති අතර අංශු හා තල අතර සර්ෂණ සංගුණකය 0.1 නම්, A සහ B හි ත්වරණයන්ද තන්තුවෙහි ආතතියද සොයන්න.