00015

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
கணிதத் திணைக்களம்
விஞ்ஞானமாணி/கல்விமாணிப் பட்டப்பாடநெறி
பிரயோக கணிதம் - மட்டம் 03
ADU3300 - காவி அட்சர கணிதம்
திறந்த புத்தகப் பரீட்சை (OBT) – 2023/2024

காலம்: ஒரு (01) மணித்தியாலம்

திகதி: 29.07.2023 **நேரம்: மு. ப. 09.00 இலிருந்து மு.ப. 10.00 வரை**

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்குக.

1. புள்ளிகள் A மற்றும் B என்பவற்றின் நிலைக்காவிகள் முறையே $\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} + 3\underline{k}$ மற்றும் $\underline{b} = -5\underline{i} + 4\underline{j} - \underline{k}$ இனால் தரப்படுகின்றன.
   (i) கோடு AB இன் காவிச் சமன்பாட்டைக் காண்க,
   (ii) கோடு l_1 இன் காவிச் சமன்பாடு $l_1 : \underline{r} = 7\underline{i} + p\underline{j} - 4\underline{k} + \mu(3\underline{i} + 5\underline{j} + 5\underline{k})$, இங்கு p ஒரு மாறிலி ஆகும். AB மற்றும் l_1 இடைவெட்டுகின்றன எனத் தரப்பட்டுள்ளது, p மற்றும் இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் என்பவற்றைக் காண்க.

2. வலக்கை ஆள்கூற்றுத் தொகுதியின் உற்பத்தி O மற்றும் A, B மற்றும் C ஆகிய புள்ளிகள் முறையே $A(1, 2, -1)$, $B(-1, 1, 2)$ மற்றும் $C(2, -1, 1)$ என்க.
   (i) $\overrightarrow{AB}$ மற்றும் $\overrightarrow{AC}$ இற்கான கோவைகளை $\underline{i}$, $\underline{j}$ மற்றும் $\underline{k}$ இன் அடிப்படையில் எழுதுக மற்றும் $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ யைக் காண்க,
   (iii) இதிலிருந்து, முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவைத் துணிக,
   (iii) நான்முகி $OABC$ இன் கனவளவைக் காண்க.

3. (a) $\underline{l}$, $\underline{m}$ மற்றும் $\underline{n}$ ஆகியன மூன்று காவிகள் என்க. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களை மதிப்பீடுக.

   (i) $[\underline{l}\ \ \underline{m}\ \ (\underline{m} - \underline{n})] + [\underline{l}\ \ \underline{m}\ \ \underline{n}]$, இங்கு $[\underline{l}\ \ \underline{m}\ \ \underline{n}] = \underline{l} \cdot (\underline{m} \times \underline{n})$ ஆகும்,

The Open University of Sri Lanka
Department of Mathematics
B.Sc./B.Ed. Degree programme
Applied Mathematics - Level 03
ADU3300 -Vector Algebra
Open Book Test (OBT) -2023/2024

DURATION: ONE (01)–HOUR

Date: 29.07.2023 **Time: 09.00 a.m. To 10.00 a.m.**

Answer All Questions

1. The position vectors of the points A and B are given by

   $\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} + 3\underline{k}$ and $\underline{b} = -5\underline{i} + 4\underline{j} - \underline{k}$ respectively.

   (i) Find the vector equation of the line AB ,

   (ii) The vector equation of the line l_1 is $l_1 : \underline{r} = 7\underline{i} + p\underline{j} - 4\underline{k} + \mu(3\underline{i} + 5\underline{j} + 5\underline{k})$ where p is a constant. Given that AB and l_1 intersect, find p and the coordinates of the point of intersection.

2. Let O be the origin of right-handed coordinate system and A, B, and C be the points $A(1,2,-1)$, $B(-1,1,2)$ and $C(2,-1,1)$ respectively.

   (i) Write down expressions for $\overrightarrow{AB}$ and $\overrightarrow{AC}$ in terms of $\underline{i}$, $\underline{j}$ and $\underline{k}$ and find

   $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$,

   (ii) **Hence**, calculate the area of the triangle ABC,

   (iii) Find the volume of the tetrahedron $OABC$,

3. (a) Let $\underline{l}$, $\underline{m}$ and $\underline{n}$ be three vectors. Evaluate

   (i) $[\underline{l} \;\; \underline{m} \;\; (\underline{m} - \underline{n})] + [\underline{l} \;\; \underline{m} \;\; \underline{n}]$, where $[\underline{l} \;\; \underline{m} \;\; \underline{n}] = \underline{l} \cdot (\underline{m} \times \underline{n})$

(ii) $\underline{m} \cdot \underline{l} + \underline{n} \cdot \underline{m} + \underline{l} \cdot \underline{n}$, இங்கு

$\underline{l} = \frac{\underline{m} \times \underline{n}}{[\underline{l}\ \underline{m}\ \underline{n}]}$, $\underline{m} = \frac{\underline{n} \times \underline{l}}{[\underline{l}\ \underline{m}\ \underline{n}]}$, $\underline{n} = \frac{\underline{l} \times \underline{m}}{[\underline{l}\ \underline{m}\ \underline{n}]}$ மற்றும் $[\underline{l}\ \underline{m}\ \underline{n}] \neq 0$ ஆகும்.

(b) $2\underline{i} - \underline{j} + 3\underline{k}$, $3\underline{i} + 2\underline{j} + \underline{k}$, $\underline{i} + m\underline{j} + 4\underline{k}$ ஆகியன ஒருதளமானவை எனின், m இன் பெறுமானத்தைக் காண்க,

(c) $|\underline{a}| = 1$, $|\underline{b}| = 2$, $|\underline{c}| = 1$ மற்றும் $\underline{a} \times (\underline{a} \times \underline{b}) + \underline{c} = 0$ என ஆகுமாறு $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ ஆகியன் மூன்று காவிகள் எனின், $\underline{a}$ மற்றும் $\underline{b}$ இற்கிடையிலான கூர்ங்கோணத்தைக் காண்க.

(ii) $\underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{l} + \underset{\sim}{n} \cdot \underset{\sim}{m} + \underset{\sim}{l} \cdot \underset{\sim}{n}$, where

$$\underset{\sim}{l} = \frac{\underset{\sim}{m} \times \underset{\sim}{n}}{[\underset{\sim}{l}\ \underset{\sim}{m}\ \underset{\sim}{n}]}, \quad \underset{\sim}{m} = \frac{\underset{\sim}{n} \times \underset{\sim}{l}}{[\underset{\sim}{l}\ \underset{\sim}{m}\ \underset{\sim}{n}]}, \quad \underset{\sim}{n} = \frac{\underset{\sim}{l} \times \underset{\sim}{m}}{[\underset{\sim}{l}\ \underset{\sim}{m}\ \underset{\sim}{n}]} \quad \text{and} \quad [\underset{\sim}{l}\ \underset{\sim}{m}\ \underset{\sim}{n}] \neq 0,$$

(b) If $2\underset{\sim}{i} - \underset{\sim}{j} + 3\underset{\sim}{k}$, $3\underset{\sim}{i} + 2\underset{\sim}{j} + \underset{\sim}{k}$, $\underset{\sim}{i} + m\underset{\sim}{j} + 4\underset{\sim}{k}$ are coplanar, find the value of m,

(c) If $\underset{\sim}{a}$, $\underset{\sim}{b}$, $\underset{\sim}{c}$ are three vectors such that $|\underset{\sim}{a}| = 1$, $|\underset{\sim}{b}| = 2$, $|\underset{\sim}{c}| = 1$ and $\underset{\sim}{a} \times (\underset{\sim}{a} \times \underset{\sim}{b}) + \underset{\sim}{c} = 0$, then find the acute angle between $\underset{\sim}{a}$ and $\underset{\sim}{b}$.