ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව පිළිබඳ උසස් සහතික පාඨමාලාව - 2 මට්ටම 1 කොටස

අවසාන විභාගය - 2020/2021

කාලය: පැය තුනයි (03)

MHF2520 - ගණිතය 2 - ප්‍රශ්නපත්‍රය I

දිනය: 2021 දෙසැම්බර් 27   වේලාව: පෙ.ව. 09.30 - ප.ව. 12.30

උපදෙස්:

ඔබට වැඩසටහන්ගත කළ නොහැකි ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කිරීමට අවසර ඇත.

පරීක්ෂණ කාලය තුළ ජංගම දුරකථන වෙත ප්‍රවේශ වීම තහනම්ය.

A සහ B කොටසෙන් එක් ප්‍රශ්නයක් ඇතුළුව, ප්‍රශ්න පහකට (05) පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස - ත්‍රිකෝණමිතිය

(එක් ප්‍රශ්නයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න)

(1) (a) සාධාරණ විසඳුම් භාවිතා කිරීමෙන්, x හි පහත සඳහන් සමීකරණ විසඳන්න, එහිදී $0 \leq x < 2\pi$.

(i) $\sin x = -\frac{1}{2}$ (ii) $\tan x = -1$ (iii) $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(b) පහත සඳහන් සමීකරණ දෙකම තෘප්තිමත් කරන θ හි වඩාත් සාධාරණ අගය සොයන්න.

$\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ සහ $\tan\theta = \sqrt{3}$

(c) පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණවල සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(i) $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ (ii) $\sin\theta + \sin 3\theta = \cos\theta + \cos 3\theta$

(2) (a) $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta$ යන්න $R\sin(\theta + \alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි R සහ α තාත්වික වේ. එ නයින්, $\sqrt{3}\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2}$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

(b) $2\cos\theta\cos 2\theta + \sin 2\theta = 2(3\cos^3\theta - \cos\theta)$ සමීකරණය θ හි පරාසය

$(0 < \theta < 2\pi)$ තුළ විසඳන්න.

(c) $\tan\frac{\theta}{2} = t$ නම්, $\cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ සහ $\sin\theta = \frac{2t}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්,

$\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta = 1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

<u>B කොටස - ඛණ්ඩාංක ජ්‍යාමිතිය</u>

(එක් ප්‍රශ්නයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න)

(3)(a) $2x + y - 3 = 0$ සහ $3x + y - 3 = 0$ රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ සොයන්න. එම රේඛා එකිනෙකට සෘජුකෝණී බව පෙන්වන්න.

(b) $3x - 4y + 1 = 0$ සහ $5x + y - 1 = 0$ රේඛාවල ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් ඛණ්ඩාංක අක්ෂයන්ගෙන් සමාන අන්තඛණ්ඩ කපා හරින සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(4) ABC ත්‍රිකෝණයක, AB සහ AC සමීකරණ පිළිවෙලින් $2x - y - 1 = 0$ සහ $x - 2y + 1 = 0$ වේ. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $(-2, -2)$ වේ.

(i) AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,

(ii) BC පාදයේ සමීකරණය,

(iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය,

(iv) ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකයේ ඛණ්ඩාංක, යන මේවා සොයන්න.

<u>C කොටස - වීජ ගණිතය</u>

(ප්‍රශ්න තුනකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න)

(5)(a) $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + bx + c$ බහුපදය $x^2 + x - 2$ න් බෙදෙයි.

$(x+1)$ න් බෙදූ විට ඉතිරිය -8 වේ. a, b සහ c හි අගයන් සොයන්න.

(b) පහත සඳහන් පරිමේය ශ්‍රිතය භින්න භාග ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\frac{9x^2 + 35x + 31}{(x+2)(x^2 + 3x + 2)}$$

(c) $y = \frac{x-1}{x+2}$ පරිමේය ශ්‍රිතයේ දළ ප්‍රස්තාරයක් අදින්න.

(6)(a) පහත සඳහන් අසමානතා විසඳා එය සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

(i) $3x - 5 \leq 3 - x$ (ii) $x^2 - 3x + 2 > 0$

(iii) $-2x^2 + 5x + 12 = 0$ (iv) $|x - 4| < 3$

(b) පහත සඳහන් අසමානතා වල දළ ප්‍රස්තාර ඇඳ විසඳුම් ලබාගන්න.

(i) $|x + 2| > 2$ (ii) $|x^2 - x| > 6$

(7)(a) $15, 9, 3, \cdots\cdots, -45$ යන සමාන්තර ශ්‍රේණියේ එකතුව සොයන්න.

(b) S_n, යන්නෙන් පද n සඳහා ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක එකතුව දක්වයි.

$33S_5 = S_{10}$ නම්, පළමු පදය සහ ශ්‍රේණියේ පොදු අනුපාතය සොයන්න.

(8)(a) පිරිමි ළමයින් *5* දෙනෙකු සහ ගැහැණු ළමයින් *3* දෙනෙකු එක පෙළට අසුන්ගත කළ යුතුය.

(i) ගැහැණු ළමයින් තිදෙනා එකිනෙකා එක ළඟ සිටී නම්,

(ii) ගැහැණු ළමයින් තිදෙනා එකිනෙකා එක ළඟ නොසිටී නම්,

ඔවුන් වාඩිකරවිය හැකි වෙනස් ආකාර ගනණ සොයන්න.

(b) පිරිමි ළමයින් *4* දෙනෙකු සහ ගැහැණු ළමයින් *4* දෙනෙකු වෘත්තයක් වටා පිළියෙල කරන්නේ පිරිමි ළමයින් දෙදෙනෙකු අතරට ගැහැණු ළමයෙක් වන පරිදිය. කී ආකාරයකට ඔවුන් වාඩිකරවිය හැකිද?

(c) කාඩ්පත් *32* කින් යුත් කාඩ් කුට්ටමක කළු *8* ක්, රතු *8* ක්, නිල් *8* ක් සහ කොළ කාඩ්පත් *8* ක් ඇත. එකම වර්ණයේ කාඩ්පත් සියල්ලම වෙනස් වේ.

(i) මේ කාඩ් කුට්ටමෙන් අහඹු ලෙස කාඩ්පත් *3*ක් තෝරා ගත හැකි විවිධ ක්‍රම ගණන සොයන්න.

(ii) ඉහත (i) හි වූ සියල්ල වෙනස් වර්ණ වලින් යුක්ත නොවූ තේරීම් සංඛ්‍යාව කොපමණද?

(9)(a) $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x^3}\right)^{15}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයෙන් x^5 සහ x^{10} පදවල සංගුණක වල සහ x වලින් ස්වායත්ත පදය සොයන්න.

(b) $x = 2$ විට, $(3 + x)^9$ හි ප්‍රසාරණයේ වැඩිතම පදයේ අගය සොයන්න.

අවසානයි.

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාව පිළිබඳ උසස් සහතික පාඨමාලාව - 2 මට්ටම 1 කොටස

අවසාන විභාගය - 2020/2021

කාලය: පැය තුනයි (03)

MHF2520 - ගණිතය 2 - ප්‍රශ්නපත්‍රය II

දිදිනය: 2022 ජනවාරි 3 වන දින | වේලාව: පෙ.ව. 9.30 - ප.ව. 12.30

උපදෙස්:

ඔබට වැඩසටහන්ගත කළ නොහැකි ගණක යන්ත්‍ර භාවිතා කිරීමට අවසර ඇත.

පරීක්ෂණ කාලය තුළ ජංගම දුරකථන වෙත ප්‍රවේශ වීම තහනම්ය.

ප්‍රශ්න පහකට (05) පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස - ත්‍රිකෝණමිතිය

(එක් ප්‍රශ්නයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න)

(1) (a) ඔප්පු කරන්න.

$$\cos(45^0 - A)\cos(45^0 - B) - \sin(45^0 - A)\sin(45^0 - B) = \sin(A + B)$$

(b) පහත ප්‍රකාශන හැකිතාක් සුළු කරන්න.

(i) $\sin 2x + \sin 6x + \sin 5x + \sin 3x$ (ii) $\dfrac{\cos 75^0 - \cos 15^0}{\sin 75^0 + \sin 15^0}$

(c) පහත සමීකරණය x සඳහා විසඳන්න.

$$\tan^{-1}(x-1) + \tan^{-1}(x+1) = \tan^{-1}(3x) - \tan^{-1}(x)$$

(2) (a) පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන්හි, දළ ප්‍රස්ථාර අඳින්න.

(i) $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ (ii) $y = cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ (iii) $y = \tan\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$

(b) ඔප්පු කරන්න.

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{\pi}{4}$$

B කොටස - ස්ථිතිකය

(B කොටසින් ප්‍රශ්න දෙකකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න)

(3) (a) ලාමිගේ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර රූපසටහනකින් පැහැදිලි කරන්න.

(b) මීටර් 5 ක් දිග අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් A ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇති අතර අනෙක් කෙළවර කිලෝග්‍රෑම් 1 ක් බර කුඩා වස්තුවකට සවිකර ඇත. A හරහා සිරසේ සිට, මීටර් 3 ක් වන තෙක්, වස්තුව තිරස් බලයකින් පසෙකට ඇද දමනු ලැබේ. තන්තුවේ ආතතියේ විශාලත්වය සහ තිරස් බලය සොයන්න ($g = 10\ ms^{-2}$).

(4) (a) අරය a සහ බර w සහිත ඒකාකාර ගෝලයක් සුමට සිරස් බිත්තියක් සමඟ ස්පර්ශ වන අතර දිග l අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ආධාරක වේ. තන්තුව ගෝලයේ C කේන්ද්‍රයට සහ බිත්තියේ ඉහළින් ඇති, B ලක්ෂ්‍යයට සම්බන්ධ වේ. නූලෙහි ආතතිය සහ ගෝලය මත බිත්තියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b) සුමට නාදැත්තක්, සුමට සිරස් බිත්තියකට a දුරින් වූ P ලක්ෂ්‍යයක සවිකර ඇත. දිග 6a සහ බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, A කෙළවර බිත්තිය සමඟ ස්පර්ශව, නාදැත්ත මත නිශ්චලතාවෙන් සමතුලිතතව තිබේ. AB දණ්ඩ තිරස සමග සාදන ලද කෝණය θ ලෙස ගෙන, දණ්ඩ මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් බල ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න. P හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, W සහ θ ඇසුරෙන් සොයන්න.

$3\cos^3\theta = 1$ බව පෙන්වන්න.

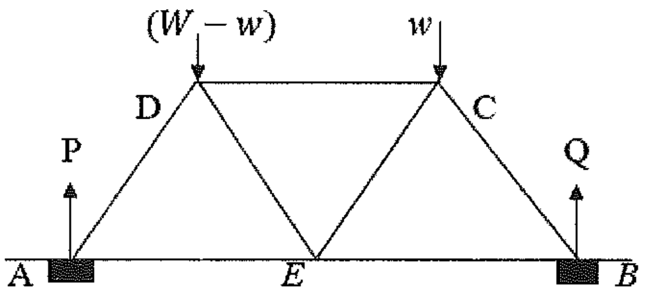
(5) AB සහ BC යනු සමාන දිග 2a සහ බර පිළිවෙලින් W සහ 2W වන ඒකාකාර දඬු දෙකකි. ඒවා B හි සුමට ලෙස එකට අසව් කර ඇති අතර, A සහ C හි දී අචල තිරස් බාල්කයකට ද අසව් කර ඇත. දඬු, AC ට පහළින් B පිහිටන පරිදි හා $C\hat{A}B = \alpha$ වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ ඇත.

(i) B හි අසව් හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරචකය $\frac{3W}{4}\cot\alpha$ බව පෙන්වන්න. මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරචකය සොයන්න.

(ii) තවදුරටත්, A සහ C හි ප්‍රතික්‍රියාවල ක්‍රියා රේඛා එකිනෙකට ලම්බක වේ නම්, $\tan\alpha = \frac{3}{\sqrt{35}}$ බව පෙන්වන්න.

(6) රාමුවක් සැදී ඇත්තේ රූපයේ දැක්වෙන පරිදි නිදහසේ සම්බන්ධ වූ සමාන දිගකින් යුත් සැහැල්ලු දඬු හතකිනි. A සහ B සුමට ආධාරක මත නිසලව ඇති අතර D හි දී (W-w) සහ C හි දී w භාර දරයි. A හි දී රාමු සැකිල්ල මත ප්‍රතික්‍රියාව $P = \frac{3W}{4} - \frac{w}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$W > 2w$ බව දී ඇත්නම්, බෝ අංකනය යෙදීමෙන් සුදුසු ප්‍රත්‍යා බල රූපසටහනක් ඇඳ AE, DE සහ DC දඬුවල ඇති ප්‍රත්‍යා බල සොයන්න. ඒවා ආතති ද, තෙරපුම් ද යන්න දක්වන්න. DC හි ප්‍රත්‍යාබලය w ගෙන් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.



C කොටස - ගතිකය

(සී කොටසින් ප්‍රශ්න දෙකකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න)

(7)(a) A නෞකාව පැයට කිලෝමීටර 20 ක් වේගයෙන් උතුරට ගමන් කරයි. එම මොහොතේම B නෞකාව A සිට කිලෝමීටර් 2 ක් නැගෙනහිරින්, පැයට කිලෝමීටර 15 ක වේගයෙන් බටහිරට ගමන් කරයි. B ට සාපේක්ෂව A හි ප්‍රවේගය සහ නැව් දෙක අතර කෙටිම දුර සොයන්න.

(b) කිලෝග්‍රෑම් 1000 ක බරකින් යුත් මෝටර් රථයක් තිරස් මාර්ගයක් ඔස්සේ කිලෝග්‍රෑම් 600 ක ස්කන්ධයකින් යුත් තවලමක් ඇදගෙන යයි. එන්ජිම මඟින් නිපදවන රිය පැදවීම 400 N සහ චලනය සඳහා ප්‍රතිරෝධයක් නොමැති බව දී ඇත. ඇදගෙන යන දණ්ඩේ ආතතිය සහ මෝටර් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.

(8)(a) තිරස්ට 30^0 ක් ආනත සුමට තලයක් මත ස්කන්ධය $200\ g$ ක් වූ අංශුවක් නිදැල්ලේ තබා ඇත්තේ සැහැල්ලු තන්තුවක් හා ඈදාය. එම තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර ග්‍රෑම් 400 ක ස්කන්ධයක් සහිත වස්තුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. තලයේ ඉහල කෙලවරේ ඇති සුමට කප්පියක් වටා යන පරිදි මෙම වස්තුව රඳවා ඇති අතර ක්‍රමයෙන් නිදහසේ අතහරිනු ලැබේ. කවර අංශුවක් පහළට ගමන් කරන්නේ ද, සහ ත්වරණය කොපමණදැයි සොයන්න ($g = 9.81\ ms^{-2}$).

(b) u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන m ස්කන්ධය ඇති ගෝලයක් නිශ්චලව ඇති සමාන ගෝලයක් සමඟ කෙලින්ම ගැටේ. ගැටීමෙන් පසු ගෝලවල ප්‍රවේග සොයන්න. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය 0.5 වන විට, චාලක ශක්තියේ හානිය සොයන්න.

(9) W බරැති මෝටර් රථයක, H උපරිම බලයක් ඇත. සෑම අවස්ථාවකදීම ඝර්ෂණය හේතුවෙන් R නියත ප්‍රතිරෝධයක් පවතී. මෝටර් රථය $\sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$ බෑවුමකින් ඉහළට ගමන් කරන විට, එහි උපරිම වේගය v වේ. එය එකම බෑවුමකින් පහලට ගමන් කරන විට එහි උපරිම වේගය $2v$ වේ. W සහ n ඇසුරෙන් R හි අගය සොයන්න.

අවසානයි.