00162

இலங்கை திறந்த பல்கலைக்கழகம்
இயற்கை விஞ்ஞானங்கள் பீடம்
விஞ்ஞானமாணி/ கல்விமாணி பட்டப்பாடநெறி

திணைக்களம்	: கணிதம்
மட்டம்	: 03
பரீட்சையின் பெயர்	: இறுதிப் பரீட்சை
கற்கையின் தலைப்பு மற்றும் குறியீடு	: வகையீட்டு சமன்பாடுகள் – **ADU3302/APU1142/ADE3302**
கல்வி ஆண்டு	: **2019/2020**
திகதி	: **05.11.2020**
நேரம்	: மு.ப 09:30 – மு.ப 11:30
காலம்	: 02 மணித்தியாலங்கள்

<u>பொது அறிவுறுத்தல்கள்</u>

1. வினாக்களுக்கு விடையளிக்கமுன் அனைத்து அறிவுறுத்தல்களையும் கவனமாக வாசிக்கவும்.
2. இவ் வினாப்பத்திரமானது பகுதி **A** மற்றும் பகுதி **B** என இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. பகுதி A கட்டாயமானது மற்றும் இது ஆறு கட்டமைக்கப்பட்ட கட்டுரை வினாக்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் கீழுள்ள இடத்தில் விடையளிக்க வேண்டும்.
3. பகுதி **B** யானது ஐந்து கட்டுரை வகையான வினாக்களைக் கொண்டுள்ளதுடன் அவற்றில் மூன்றுக்கு மட்டும் விடையளிக்கவும்.
4. இவ் வினாத்தாள் 5 பக்கங்களை கொண்டுள்ளது.
5. பகுதி **B** இல் ஒவ்வொரு வினாவுக்குமான விடைகள் ஒரு புதிய பக்கத்தில் ஆரம்பிக்கப்பட வேண்டும்.
6. பரீட்சைக் குற்றமாக கருதப்படும் எந்தவொரு செயலிலும் ஈடுபடுவது தண்டனைக்கு வழிவகுக்கும்.
7. வினாக்களுக்கு விடையளிகையில் நீல அல்லது கருப்பு வண்ண மை பேனையொன்றைப் பயன்படுத்தவும்.
8. உங்களுடைய சுட்டெண்ணை உங்களுடைய விடைத்தாளில் தெளிவாக குறிப்பிடவும்.
9. பரீட்சையின் முடிவில், மேற்பார்வையாளரிடம் பகுதி **A** இனை உங்கள் விடை புத்தகத்துடன் இணைத்து ஒப்படைக்கவும்.

பகுதி **A**

1. தரப்பட்டுள்ள இடங்களில் இந்த பகுதியிலுள்ள எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக.

(a) $\frac{dx}{dt} = \cos t + \sin t,\ x(\pi) = 1$ என்னும் ஆரம்ப பெறுமதி பிரச்சினையினைத் தீர்க்க.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ என்னும் சமன்பாடின் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

(c) இயங்கும் பொருள் ஒன்றின் வேகம் v ஆனது $v = 32t - 2$ என தரப்பட்டுள்ளது மேலும் $t = \frac{1}{2}$ ஆகும் போது பொருளின் தானம் 4 ஆகும். நேரம் t இல் பொருளின் தானத்திற்கான கோவையைக் காண்க.

(d) $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x+1}{x}\right)y = e^{-2x}$ என்னும் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணியைக் காண்க.

(e) $f(x)=e^{x}x^{2}\cos(x+2)$ என்னும் சார்பின் UC தொடையைக் காண்க.

(f) $(x^{2}-2xy)dx+(px^{2}+2y)dy=0$ என்னும் சமன்பாடு செப்பமாக இருக்குமாறு மாறிலி p இன் பெறுமதியைக் காண்க.

பகுதி **B**

இந்த பகுதியிலிருந்து மூன்று வினாக்களுக்கு மட்டும் விடையளிக்க.

2. (a) $dy-\left(x+y+3\right)^2 dx=0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டினைக் கருதுக.

   (i) தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடு ஏகவினமானதா? உமது விடையை நியாயப் படுத்துக.

   (ii) பொருத்தமான பிரதியீடு ஒன்றினைப் பயன்படுத்தி தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டின் தீர்வைக் காண்க.

(b) ஒரு முதலாம் படி ஏகபரிமான வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\left(P(x)y-Q(x)\right)dx+dy=0$ என தரப்பட்டுள்ளது.

   (i) தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடு செப்பமானதா என சரி பார்க்க.

   (ii) சமன்பாடானது செப்பமற்றது எனின், அதை செப்பமான வகையீட்டு சமன்பாடு ஒன்றாக மாற்றுக.

   (iii) $P(x)=-3$ மற்றும் $Q(x)=9$ எனின், சமன்பாட்டின் தீர்வைக் காண்க.

3. $\dfrac{d^2y}{dx^2}-6\dfrac{dy}{dx}+25y=50x^3-36x^2-63x+18$ என்னும் தரப்பட்டுள்ள வகையீட்டு சமன்பாட்டினைக் கருதுக.

   (a) தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டிற்கு ஒத்த ஏகவின சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் y_c ஐக் காண்க.

   (b) தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டிற்கு ஒத்த ஏகவினமற்ற உறுப்பின் UC சார்புகளுக்குரிய UC தொடைகளை அமைக்க.

   (c) பகுதி (b) இல் பெறப்பட்ட திருத்தப்பட்ட தொடைகளை பயன்படுத்தி, சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தீர்வைக் காண்க.

   (d) தரப்பட்டுள்ள சமன்பாட்டின் பொது தீர்வைக் எழுதுக.

4. m திணிவுடைய பொருள் ஒன்றானது 600 அடி உயரமொன்றிலிருந்து ஆரம்ப வேகம் இல்லாமல் விடப்படுகின்றது. காற்றுத்தடையின் காரணமான விசை பெறுமானம் $\dfrac{v}{4}$ இற்கு சமனாகும், இங்கு v என்பது பொருளின் வேகம் (அடி/செக்கன்) ஆகும். $m=2$ மற்றும் $g=32$ அடி/செக்கன்^{2} எனக் கருதுக.

   a) யாதாயினும் நேரம் t இல் பொருளின் வேகத்திற்கான கோவையைக் காண்க.

b) பொருளின் எல்லை வேகத்தைக் காண்க.

c) யாதாயினும் நேரம் t இல் பொருளின் தானத்திற்கான கோவையைக் காண்க.

d) பொருள் தரையை அடிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க. (உதவி: t இன் யாதாயினும் பெரிய பெருமானத்திற்கு மறை அடுக்குக்குறி புறக்கணிக்கப்படும்)

5. (a) (i) $f(D)=a_0D^n+a_1D^{n-1}+\ldots+a_{n-1}D+a_n$ என்க, இங்கு $a_0,a_1,\ldots,a_n$ என்பன மாறிலிகளாகும்.
k ஒரு மாறிலி எனின் $f(D)e^{kx}=f(k)e^{kx}$ எனக் காட்டுக.

(ii) D-செயலி முறையை பயன்படுத்தி $y''+3y'-9y=e^{-3x}+10$ என்னும் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்ட தீர்வைக் காண்க.

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2}+\dfrac{\cos x}{x^3}\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{e^x}{(x-1)^2}y=0$ எனும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைக் கருதுக.
சமன்பாட்டின் தனிச்சிறப்புப் புள்ளிகளைக் காண்க. ஒழுங்கான தனிச்சிறப்புப் புள்ளிகள் மற்றும் ஒழுங்கற்ற தனிச்சிறப்பு புள்ளிகள் என்பவற்றை இணங் காண்க.

6. நேரம் t யில் p ஒரு முதலீடு மற்றும் முதலீட்டின் பெறுமதிகளுக்கான வீத மாற்றம் $\dfrac{dP}{dt}=rP$ என்க இங்கு r என்பது அலகு நேரம் t இற்கான வட்டி வீதமாகும். வட்டியானது தொடர்ச்சியான கூட்டு வீதமாகும் மற்றும் ஆரம்ப முதலீட்டு பெறுமானம் P_0 ஆகும்.

a) $P(t)=P_0e^{rt}$ எனக் காட்டுக.

b) ஒரு நபர் 100 ரூபாவினை திரட்டு கூட்டு வட்டி கொண்ட சேமிப்பு கணக்கு ஒன்றில் வைப்பிலிடுகிறார். முதல் நான்கு வருடங்களுக்கான வட்டி வீதம் வருடத்திற்கு மாறா 5 சதவீதமும் இறுதி ஆண்டிற்கு வருடத்திற்கு மாறா 8 சதவீதமும் ஆகும். பகுதி a) ஐப் பயன்படுத்தி, நான்கு வருடங்களின் முடிவில் சேமிப்பின் தலைமைப் பெறுமானத்தை எழுதுக. இதிலிருந்து ஐந்து வருடங்களின் முடிவில் சேமிப்பு கணக்கில் இருக்கக்கூடிய தொகையைக் காண்க. [t ஆனது வருடங்களில் அளக்கப்படுகின்றது எனக் கொள்க]

c) அந்நபர் கணக்கிலிருந்து மாறா வீதம் k இல் பணத்தை மீளப் பெறுகிறார் என்க. தரப்பட்டுள்ள தகவல்களின் படி $\dfrac{dP}{dt}=rP$ எனும் சமன்பாட்டை மாற்றுக மேலும் $P(t)$ இற்கான கோவையைக் காண்க.