00143

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී/අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව
අවසාන පරීක්ෂණය 2019/2020
ශුද්ධ ගණිතය-තුන්වන මට්ටම
PUU1140/PEU3300 - තර්ක ශාස්ත්‍රය සහ ගණිත සාධන
කාලය: පැය 2 යි.

දිනය: 09.01.2020	වේලාව: පෙ.ව. 09.30 - පෙ.ව. 11.30

ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශයේ ප්‍රතිශේධය ලියන්න. එක් එක් ප්‍රකාශය සාධනය කරන්න. $m,n\in\mathbb{N}$ හා $x,y\in\mathbb{R}$ බව උපකල්පනය කරන්න.

   (i) mn ඔත්තේ නම් එවිට m ඔත්තේ සහ n ඔත්තේ වේ.

   (ii) $y^3+yx^2\le x^3+xy^2$ නම් එවිට $y\le x$ වේ.

   (b) පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශය සාධනය කරන්න.

   (i) l,m,n යනු 2 ට වඩා විශාල ප්‍රථමක සංඛ්‍යා නම් එවිට $m^3+n^3\neq l^3$ වේ.

   (ii) 5 යන නිඛිලය $4n+m$ හි සාධකයක් නම් එවිට එය $4m+n$ හි ද සාධකයක් වේ.

2. (a) පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශයේ නිශේධය ලියන්න. මෙම ප්‍රකාශයන්හි මුලට "අවස්ථාව නොවේ" හෝ "නොවේ" යන වචන භාවිත කිරීමෙන් වළකින්න. පහත එක් එක් ප්‍රකාශය සාධනය කරන්න. α සහ $\sqrt{3}$ යනු අපරිමේය සංඛ්‍යා බව උපකල්පනය කරන්න.

   (i) $\alpha+\sqrt{3}$ අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් හෝ $\alpha-\sqrt{3}$ අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වේ.

   (ii) $\alpha\left(\sqrt{3}\right)^{1/2}$ පරිමේය සංඛ්‍යාවක් සහ $\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^{1/2}}{\alpha}$ පරිමේය සංඛ්‍යාවක් වේ.

   (iii) $\alpha+\sqrt{3}$ පරිමේය සංඛ්‍යාවක් නම් එවිට $\alpha\sqrt{3}$ අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වේ.

   (b) p,q යනු ප්‍රකාශ දෙකකි. සත්‍යතා වගු හෝ ඊට සමාන ක්‍රම භාවිතා නොකර පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශ සත්‍ය ද, අසත්‍ය ද යන්න නිර්ණය කරන්න. ඔබේ පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.

   (i) $\left[\neg p\wedge\left(p\vee q\right)\right]\Rightarrow q$ යනු පුනර්වාචනයකි.

   (ii) $\left(p\Rightarrow q\right)\wedge\left(\neg q\wedge p\right)$ යනු පුනර්වාචනයකි.

3. (a) $\langle x_n \rangle$ යනු $x_1 = 1$ සහ එක් එක් $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $x_{n+1} = \sqrt{1+3x_n}$ වන පරිදි වූ තාත්වික අනුක්‍රමයකි. එක් එක් $n \in \mathbb{N}$ සඳහා $x_n < 5$ බව සාධනය කරන්න.

   (b) එක් එක් $m \in \mathbb{N}$, සඳහා පවතී $n \in \mathbb{N}$ කෙසේද යත් mn ප්‍රථමක නොවන පරිදි යන්න සාධනය කරන්න.

   (c) එක් එක් $m, n \in \mathbb{N}$, සඳහා $\sqrt{\frac{m}{n}}$ පරිමේය නම් එවිට $\sqrt{mn}$ පරිමේය බව සාධනය කරන්න.

4. පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශය සත්‍ය ද අසත්‍ය ද යන බව ප්‍රකාශ කරන්න. ඔබේ පිළිතුර ඔප්පුකර දක්වන්න.

   (a) පවතී තාත්වික x සංඛ්‍යාවක් පවතී තාත්වික y සංඛ්‍යාවක් කෙසේද යත් $x - y \in \mathbb{Q}$.

   (b) එක් එක් තාත්වික x සංඛ්‍යා සඳහා, එක් එක් තාත්වික y සංඛ්‍යා සඳහා, $x - y \in \mathbb{Q}$.

   (c) පවතී තාත්වික x සංඛ්‍යාවක් කෙසේද යත් එක් එක් තාත්වික y සංඛ්‍යා සඳහා, $x - y \in \mathbb{Q}$.

   (d) එක් එක් තාත්වික x අගයන් සඳහා, පවතී තාත්වික y අගයක් කෙසේද යත් $x \neq y$ සහ $x - y \in \mathbb{Q}$ වන පරිදි.

5. පහත සඳහන් එක් එක් ප්‍රකාශ සාධනය හෝ නිසාධනය කරන්න.

   (a) පවතී අනන්‍ය වූ x නිඛිල සංඛ්‍යාවක් කෙසේද යත් $x^2 - 4x + 3 < 0$ වන පරිදි

   (b) පවතී අනන්‍ය වූ x තාත්වික සංඛ්‍යාවක් කෙසේද යත් $x^2 - 4x + 3 < 0$ වන පරිදි

   (c) එක් එක් තාත්වික r සංඛ්‍යා සඳහා, r^2 අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් නම් හා නම්ම පමණක් r අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වේ.

   (d) එක් එක් තාත්වික $r, s,$ සංඛ්‍යා සඳහා, r නිශ්ශුන්‍ය පරිමේය සංඛ්‍යාවක් සහ s අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් නම් එවිට rs අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් වේ.

6. (a) p හා q යනු ධන නිඛිල සංඛ්‍යා නම් එවිට $\sqrt{pq} \le \frac{p+q}{2}$ වන බව සාධනය කරන්න.

   (b) $p, q \in \mathbb{N}$ ලෙස ගන්න. p සහ q එකවිට ඔත්තේ හෝ එකවිට ඉරට්ටේ නම් එවිට $p^2 + q$ යන්න 2 න් බෙදෙන බව ඔප්පුකර පෙන්වන්න.

   (c) p, q යන්න ධන ඔත්තේ සංඛ්‍යා ලෙස ගන්න. $rp \in \mathbb{N}$ සහ $r \ge \sqrt{q}$ වන පරිදි $r \in \mathbb{Q}$ පවතින බව පෙන්වන්න.

****