00195

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

ඉංජිනේරු තාක්ෂණ පීඨය

ගණිත සහ ඉංජිනේරු දර්ශන දෙපාර්තමේන්තුව

2016/17 අවසාන පරීක්ෂණය

විද්‍යා සහ තාක්ෂණ පදනම් පාඨමාලාව

PAF 2202 – සංයුක්ත ගණිතය II

කාලය: පැය තුනයි (3) ලියාපදිංචි අංකය: ....

දිනය: 2017 ඔක්තෝම්බර් 22 වේලාව: පැය 0930 සිට පැය1230

උපදෙස්

- ප්‍රශ්න පත්‍රය **A** සහ **B** කොටස් වලින් සමන්විත වේ.
- එක් එක් කොටස ආරම්භයේදී ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සැපයීම සඳහා උපදෙස් දෙනු ලැබ ඇත.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයේ පිටු ගණන හතකි.(07)
- ඔබට අවශ්‍ය වන උපකල්පන පැහැදිලිව ලියා දක්වන්න.
- සියලුම සංකේත සම්මත අංකණයෙන් ඇති අතර එසේ නොවන ඒවා අර්ථ දක්වා ඇත.

A – කොටස

- ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.
- එක් ප්‍රශ්නයක් සඳහා ලකුණු 25 ක් දෙනු ලැබේ.

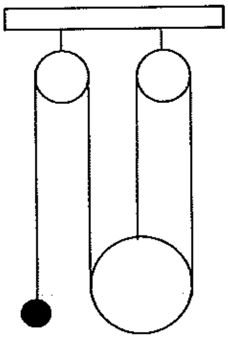
අනෙක් පිටුව බලන්න.

00195

1. සෘජු මාර්ගයක $3f\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් නිසලතාවයෙන් වාහනයක් ගමන් අරඹයි. යම් කාලයකට පසුව ත්වරණය අවසන් කර එය $2f\ ms^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයෙන් නිසලතාවයට පැමිණෙන තුරු චලනය වේ. ගමන් කල මුලු දුර $a\ m$ ද මුලු කාලය $t\ s$ ද වේ. ප්‍රවේග – කාල වක්‍රයක් ඇඳීමෙන් $t=\sqrt{\frac{5a}{3f}}$ බව පෙන්වන්න.

2. අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයෙන් $\sqrt{2ag}\ ms^{-1}$ වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. එය A හරහා යන තිරස් තලයේ A සිට $a\ m$ දුරින් $\frac{1}{2}a\ m$ උසින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යය හරහා යන පරිදි ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ සොයන්න.

3. රූප සටහනේ පෙනෙන පරිදි ස්කන්ධය m වන අංශුවක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක කෙලවරකට සවිකර තන්තුව සැහැල්ලු අචල කප්පියක් උඩින් ද ස්කන්ධය λm වන සචල කප්පියක් යටින් ද තවත් සැහැල්ලු අචල කප්පියක් උඩින් ද ගොස් අනෙක් කෙලවර සචල කප්පියට සම්බන්ධ කර ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවයෙන් මුදාහල විට තන්තුවේ ආතතිය $\frac{4\lambda mg}{\lambda+9}$ බව පෙන්වන්න.



4. ස්කන්ධය $10\ MT$ (මෙට්‍රික් ටොන්) වන දුම්රියක් තිරසට ආනතිය $\sin^{-1}\left(\frac{1}{100}\right)$ වන කන්දක් නගී. දුම්රිය මත ඝර්ෂණ බලය $15000\ N$ සහ දුම්රියේ එන්ජිම $100\ kw$ සීඝ්‍රතාවයකින් ක්‍රියා කරන්නේ නම් දුම්රියේ උපරිම වේගය සොයන්න.

5. $ABCDEF$ සවිධි ෂඩස්‍රයේ පාදයක දිග $2am$ වන අතර AB, BC, CD, DE, EF, FA ඔස්සේ පිළිවෙලින් $3P, P, 4P, 2P, 2P, 3P$ නිව්ටන වලින් බල ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.

අනෙක් පිටුව බලන්න.

00195

6. ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක කෙළවරකට සම්බන්ධ කොට ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර සිවිලිමක A ලක්ෂ්‍යයකට සවි කොට ඇත. P අංශුව A ට සිරස් ලෙස පහළින් කේන්ද්‍රය ඇති වෘත්තයක ω නියත කෝණික වේගයෙන් ගෙවා යන්නේ නම් $\omega^2 > \frac{g}{l}$ බව පෙන්වන්න.

7. එක එකක බර W ද දිග සමාන ද ඒකාකාර AB සහ AC බාල්ක දෙකක් A හි දී සුමට අසව්වකින් සම්බන්ධ කොට B හා C කෙලවරවල් සුමට තිරස් තලයක ගැටෙන සේ සිරස් තලයක තබා ඇත. B හා C කෙලවරවල් හා ඊට විරුද්ධ බාල්කයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් සම්බන්ධ කරන සම දිගින් යුත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු මගින් ඒවා සමතුලිතතාවයේ තබා තිබේ. එක් එක් තන්තුවේ තිරසට ආනතිය $\frac{\pi}{3}$ නම් එක් එක් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{4}W$ බව පෙන්වන්න.

8. දෛශික වල අදිශ ගුණිතය භාවිතයෙන් ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක උච්ච සංගාමී බව පෙන්වන්න.

9. A හා B යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකකි. $P(A \cap B) = \frac{3}{25}$ ද $P(A \cap B') = \frac{8}{25}$ ද නම් $P(A)$, $P(B)$ සොයන්න.

10. $1, 2, 3, 4, 5$ සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාවය සොයන්න. එනයින් $y_i = 2x_i + 35$ මගින් ඉහත සංඛ්‍යා කුලකය පරිණාමනය කර ලැබෙන කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාවය අපෝහණය කරන්න.

අනෙක් පිටුව බලන්න.

B – කොටස

- ඕනෑම ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.
- එක් එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් දෙනු ලැබේ.

11. (a) මෝටර් රථ කරුවකු $6\mathbf{i}+8\mathbf{j}$ ප්‍රවේගයෙන් රථය පදවන විට සුළඟක් $\mathbf{i}$ දෙසින් හමනු දුනේ. ඔහුගේ ප්‍රවේගය දෙගුණ කල විට සුළඟ $\mathbf{i}+\mathbf{j}$ දෙසින් හමනු දුනේ. සුළඟේ ප්‍රවේගය $4\mathbf{i}+8\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න. මෝටර් රථකරුවා පදවන වේගය වෙනස් කරන අතර දිශාව වෙනස් නොකරයි. එවිට සුළඟ $2\mathbf{i}+\mathbf{j}$ දිශාවෙන් හමන්නා සේ දුනේ නම් ඔහුගේ වේගය සොයන්න.

(b) වස්තුවක ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් සංරචකයන් පිළිවෙලින් u හා λu වේ. එහි ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන තිරස් තලය මත තිරස් පරාසය R ද තිරස් විස්ථාපනය x ද විට සිරස් විස්ථාපනය y ද නම් $\lambda x^2 - \lambda Rx + yR = 0$ බව පෙන්වන්න. y උපරිම වන x හි අගය $\frac{R}{2}$ බවත් y හි උපරිම අගය $\frac{\lambda R}{4}$ බවත් පෙන්වන්න.

12. (a) ස්කන්ධය M වූ තිරසට ආනතිය θ වූ කුඤ්ඤයකට එහි දාරවලට ලම්භක දිශාවට, සුමට තිරස් තලයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත. ස්කන්ධය λM $(\lambda \geq 1)$ වූ අංශුවක් කෙලින්ම ඉහළ දිශාවට මූණත දිගේ u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. එය $T = \dfrac{2u(1+\lambda\sin^2\theta)}{g\sin\theta(1+\lambda)}$ කාලයකට පසු ප්‍රක්ෂේපිත ස්ථානයට පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

$T \geq \dfrac{4u\sqrt{\lambda}}{g(1+\lambda)}$ බව අපෝහණය කරන්න. ඕනෑම මොහොතක අංශුවත් කුඤ්ඤයත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b) ස්කන්ධයන් $2m$ සහ m වන අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් යා කොට ඇත. අංශු දෙක සුමට තිරස් මේසයක් එකම ලක්ෂ්‍යයක තබා එකිනෙකට ලම්බක දිශා දෙකක් ඔස්සේ මේසය දිගේ තිරස්ව පිළිවෙලින් $2u$ හා u වේග වලින් ප්‍රක්ෂේපණය

කෙරේ. තන්තුව තදවීමෙන් පසු තන්තුව සමග $\tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ අංශු දෙකම චලිත වන බව පෙන්වන්න. තදවීම නිසා හානිවන චාලක ශක්තිය $\frac{5mu^2}{3}$ බව ද පෙන්වන්න.

13. අරයන් සමාන එහෙත් ස්කන්ධයන් $m, 4m$ වන A, B සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් තලයක් මත පිළිවෙලින් $u, \lambda u$ වේග වලින් සරල රේඛාවක් ඔස්සේ එකම දිශාවට ගමන් කරමින් සරල ලෙස ගැටේ. මෙහි $0<\lambda<1$ වේ. ගැටුණු වහාම A නිසලතාවයට පත් වන්නේ නම් ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e යන්න $e=\frac{4\lambda+1}{4(1-\lambda)}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $\lambda \leq \frac{3}{8}$ බව අපෝහණය කරන්න. ගැටීමේ දී ඇතිවන ආවේගී බලය සොයන්න. ගැටීම නිසා මුල් චාලක ශක්තියෙන් 25% කොටසක් හානි වන්නේ නම් $\lambda=\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

14.(a) තිරස් තහඩුවක් සිරස්ව කාලාවර්ථය $\frac{2\pi}{n}$ ද විස්ථාරය a ද වන සරල අනුවර්තී චලිතයක යෙදේ. කාලය $t=0$ වන තහඩුව පහළ ම පිහිටීමේ තිබෙන මොහොතේ දී ස්කන්ධය m වන අංශුවක් තහඩුව මත තබනු ලැබේ.

(α) අංශුව ඕනෑම t කාලයක දී තහඩුවට සාපේක්ෂව නිසලව පවතී නම් $n^2 \leq \frac{g}{a}$ බව පෙන්වන්න.

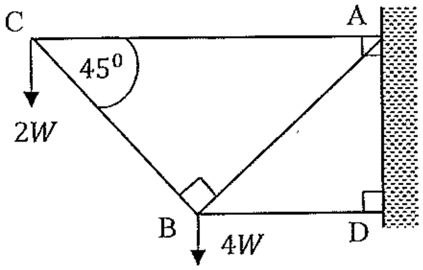
(β) $n^2 > \frac{g}{a}$ නම් අංශුව $t=\frac{1}{n}\left(\pi-\cos^{-1}\left(\frac{g}{n^2a}\right)\right)$ වන විට තහඩුව හැර යන බව පෙන්වන්න.

(b) අරය a වන අචල සුමට ගෝලයක ඉහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට තිරස්ව $\sqrt{\frac{1}{2}ag}$ ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{1}{6}a$ දුරක් පහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුව ගෝලය හැර යන බව පෙන්වන්න.

අනෙක් පිටුව බලන්න.

15.(a) දිග l ද බර W ද වන AB ඒකාකාර ලෑල්ලක් රළු තිරස් තලයක් මත ඇත. එහි C ලක්ෂ්‍යය ලෑල්ල මත $AC = \frac{1}{4}AB$ වන පරිදි ඇත. සෑම විටම ලෑල්ලට ලම්භකව C හි දී බලයක් යොදමින් ලෑල්ල ඔසවනු ලැබේ. ලෑල්ල තිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන විට තලය මත ස්පර්ශ වන ලක්ෂ්‍යයේ දී ඝර්ෂණ බලයේත් අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාවේත් අනුපාතය $\frac{2\tan\theta}{3\tan^2\theta+1}$ බව පෙන්වන්න. ලෑල්ල ඔසවන විට තලය මත ලෑල්ල නොලිස්සීම සඳහා ඝර්ෂණ සංගුණකය කොපමණ විශාල විය යුතු ද ?

(b) රූප සටහනේ පෙන්වා ඇති රාමුසැකිල්ල B, C, A හි දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කල AB, BC, AC, DB සැහැල්ලු දඬු වලින් සමන්විත වන අතර A හා D හි දී සිරස් බිත්තියකට සුමට ලෙස අසව් කොට C හා B වලින් $2W$ හා $4W$ භාර එල්ලා ඇත. බෝගේ අංකණය භාවිතයෙන් සියලුම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ද A හා D හි දී ප්‍රතික්‍රියා ද සොයන්න.



16.(a) අරය r තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලීය කබොලක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න. එනයින් a අරයෙන් යුත් ඝන ඒකාකාර අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් එහි සමමිතික අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. සංවෘත බඳුනක්, තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලීය කබොලකින් හා එම තුනී ඒකාකාර ද්‍රව්‍යයෙන් ම තැනූ තල වෘත්ත ආධාරකයකින් සමන්විත වෙයි. මේ එක් එක් කොටසේ අරය a ට සමාන ය. බඳුනේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට ගෝලීය කේන්ද්‍රයේ සිට දුර $\frac{a}{3}$ බව පෙන්වන්න. එවැනි බර W වන බඳුනක් සම්පූර්ණයෙන් ම ජලයෙන් පිරවූ විට එම ජලයේ බර ω ය. ජලය සම්පූර්ණයෙන් ම පිරවූ බඳුන දාරයේ වූ ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලූ

විට එහි ආධාරකය යටි අත් සිරසට θ කෝණයකින් ආනතව සමතුලිතතාවයේ පවතියි. $\frac{W}{\omega}=\frac{3}{8}\left(\frac{3-8\tan\theta}{3\tan\theta-1}\right)$ බව පෙන්වන්න. එනයින් $\frac{1}{3}<\tan\theta<\frac{3}{8}$ බව අපෝහනය කරන්න.

17.(a) බේයස් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර කරන්න. පපුවෙහි X කිරණ ඡායා පිටපතක් පරීක්ෂාවෙන් ක්ෂය රෝගය ඇති අයකුට රෝගය ඇති බව හඳුනා ගැනීමේ සම්භාවිතාවය $0\cdot99$ වේ. වෛද්‍යවරයා X කිරණ ඡායා පිටපතක් මත රෝගය නැති අයෙකු වැරදි ලෙස හඳුනා ගැනීමේ සම්භාවිතාවය $0\cdot001$ වේ. 1000 කින් එක් අයෙකුට ක්ෂය රෝගය ඇති නගරයකින් සසම්භාවී ව අයෙකු තෝරා ඉහත පරීක්ෂණයට භාජනය කල විට ඔහුට රෝගය ඇති බව හඳුනා ගන්නා ලදී. ඔහුට ඇත්තටම රෝගය තිබීමේ සම්භාවිතාවය සොයන්න.

(b) S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 ළමුන් කණ්ඩායමක් සඳහා විභාගයකට ලකුණු ලබා දෙන ලදී. එම ලකුණු වල මධ්‍යන්‍යය සහ විචලතාවය පිළිවෙලින් 6 හා 2 විය. S_1 සහ S_2 ළමුන් දෙදෙනා ලකුණු වෙනස් කර ඇති බව දැන ගන්නට ලැබිණි. අනෙක් අයගේ ලකුණු $8, 5, 7$ හා S_1 අඩුම ලකුණු ලබා ගත්තේ නම් S_1, S_2 ළමුන්ගේ ලකුණු ගණනය කරන්න. ඉහත ලකුණු මධ්‍යන්‍යය 52 හා විචලතාවය 18 වන පරිදි හැරවීමට යෝජනා වී ඇත. පරිණාමන සමීකරණය $y_i = ax_i + b$ නම් a, b සොයා නව ලකුණු කුලකය ගණනය කරන්න.

නිමි

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි.