00081

இலங்கை திறந்த பல்கலைக் கழகம்
விஞ்ஞானம் மற்றும் தொழில்நுட்பக் கற்கைகள்
அடிப்படைப் பாடநெறி
இறுதிப்பரீட்சை - 2017/18
PAF 2201 - இணைந்த கணிதம் I
காலம் : மூன்று மணித்தியாலங்கள்

திகதி : 15.10.2017 நேரம்: 0930am - 1230pm

பகுதி A

ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 25 புள்ளிகள் வழங்கப்படும்.
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க

1. $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ மற்றும் $\cos\beta = \frac{9}{41}$ எனத் தரப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.
   (a) $\cos(\alpha+\beta)$ (b) $\sin(\alpha-\beta)$

2. (i) $\log_a x = y$ எனின் $\log_x a = \frac{1}{y}$ எனக் காட்டுக.
   (ii) சமன்பாடு $\log_3 x - 3\log_x 3 + 2 = 0$ இனைத் தீர்க்க.

3. α, β என்பன இருபடிச்சமன்பாடு $ax^2+bx+c=0$ இன் மூலங்கள் ஆயின்
   (i) $\frac{1}{\alpha}$ மற்றும் $\frac{1}{\beta}$
   (ii) α^3, β^3 என்பவற்றை மூலங்களாக உடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

4. $x^2+y^2=13$, $xy=6$, $x>y>0$ எனத் தரப்படுகின்றது. $(x+y)^2$ மற்றும் $(x-y)^2$ என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து x மற்றும் y என்பவற்றின் பெறுமானங்களையும் தனித்தனியே காண்க.

5. ஈருறுப்பு விரிவு $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^{11}$ இல் x^{10} இன் குணகத்தைக் காண்க.

6. சிக்கலெண் $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ இன் மட்டு மற்றும் வீச்சம் என்பவற்றைக் காண்க.

7. வட்டங்கள் $S_1 \equiv x^2+y^2-4x+2y=0$ மற்றும் $S_2 \equiv x^2+y^2+10y+20=0$ என்பன வெளிப்புறமாகத் தொடுகின்றன எனக் காட்டுக.
   மேலும் அவை இரண்டும் தொடும்புள்ளியின் ஆள்கூறு மற்றும் பொதுத்தொடலியின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

8. $\lim_{\theta \to 0}\left(\frac{1-\cos 2\theta}{\theta^2}\right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

9. சார்பு $y=\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$ இனை x ஐக் குறித்து வகையிடுக.

10. x ஐக் குறித்து தொகையிடுக.

$$\int \frac{x^3+x+1}{1+x^2}\,dx$$

பகுதி B

பகுதி B இன் ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் 150 புள்ளிகள் வழங்கப்படும்.

5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடையளிக்குக.

11. (a) பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

(i) $\frac{\sin 2\theta + \sin\theta}{1+\cos\theta+\cos 2\theta} = \tan\theta$

(ii) $\sec^2\theta\,(1+\sec 2\theta) = 2\sec 2\theta$.

(b) சமன்பாடுகள் $\sin x = p$, $\cos x = p$, $\tan x = p$ என்பவற்றின் பொதுத்தீர்வுகளை எழுதுக. இங்கு $(-1 \leq p \leq +1)$

(c) பின்வரும் சமன்பாடுகளின் பொதுத்தீர்வுகளை காண்க

(i) $\sqrt{2}\sec\theta + \tan\theta = 1$

(ii) $\tan 2\theta \tan\theta = 1$

12. (a) $f(x) = x^2+2\lambda x+2\lambda+15$, $\lambda \in \mathbb{R}$ எனவும் α, β என்பன சமன்பாடு $f(x)=0$ இன் மூலங்கள் எனவும் கொள்க.

(i) α, β என்பன மெய் மூலங்களாக இருப்பதற்குரிய λ இன் பெறுமான வீச்சு / பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $2\alpha+\alpha\beta$, $2\beta+\alpha\beta$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சார்பை λ இன் சார்பில் காண்க.

(b) $f(x) = x^3+ax^2+bx+2$ எனும் சார்பை $(x-1)$ ஆலும் $(x+2)$ ஆலும் தனித்தனியாக வகுக்கும் போது மீதி 4 எனின் a, b என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

13. (a) கணிதத் தொகுத்தறிவு கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி n இன் எல்லா நேர் முழு எண்களுக்கும்

$$1+4+7+ \cdots +(3n-2) = \frac{n}{2}(3n-1)$$ எனக் காட்டுக.

(b) $$\frac{1}{r(r+1)} = \frac{A}{r} + \frac{B}{(r+1)} \quad ; \quad r = 1, 2 \ldots$$

ஆகுமாறு A, B ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{n} \frac{1}{r(r+1)}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து

$$\frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(n+2)(n+3)} + \cdots + \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{n}{(n+1)(2n+1)}$$

என உய்த்தறிக.

14. (a) "THIMBIRIGASYAYA" எனும் சொல்லிலுள்ள எல்லா எழுத்துக்களையும் பயன்படுத்தி செய்யத்தக்க வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. இவற்றில் எல்லா "A" களும் ஒன்றாக இருக்கும் வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(b) $(2+3x)^8$ எனும் விரிவில் மிகச்சிறிய மற்றும் மிகப்பெரிய குணகங்களைக் காண்க.

(c) பின்வருவனவற்றை முனைவு ஆள்கூற்று வடிவத்தில் எழுதுக.

(i) $z = 1+i$

(ii) $z = 1-\sqrt{3}i$

15. (a) நேர்கோடுகள் $3x-5y-2=0$ மற்றும் $x+y-4=0$ என்பன இடைவெட்டும் புள்ளிக்கூடாகவும் $(-4, 3)$ என்பதற்கு ஊடாகவும் செல்லக்கூடிய நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(b) வட்டம் ஒன்று புள்ளிகள் $P(3,0)$, $Q(0,\sqrt{3})$ மற்றும் $R(0,-\sqrt{3})$ என்பவற்றின் ஊடாக செல்கின்றது.

(i) வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) வட்டத்தின் மையம் ஆள்கூறு என்பவற்றைக் காண்க.

(iii) சிறுவில் QR இன் நீளத்தையும், காண்க.

16. (a) $\lim_{\theta \to 0} \left(\frac{\sin 5\theta + \tan 3\theta}{2\theta}\right)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) $\sqrt{1-x^2}\, y = \sin^{-1} x$ எனின்

$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 3x\frac{dy}{dx} - y = 0$ என நிறுவுக.

(c) x குறித்து வகையிடுக.

(i) $y = \left(\frac{1+2x}{1-3x}\right)^3$

(ii) $y = \ln\left|x + \sqrt{x^2+1}\right|$

17. (a) பின்வருவனவற்றின் தொகையீடுகளைக் காண்க.

(i) $\int \left(x^4 + 3x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 4\right) dx$

(ii) $\int \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}\, dx$

(iii) $\int \left(\frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right) dx$

(b) பின்வரும் வரையறுத்த தொகையீடுகளின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i) $\int_4^9 (2x + 3\sqrt{x})\, dx$

(ii) $\int_0^1 x e^{-2x}\, dx$