ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

විද්‍යාවේදී/අධ්‍යාපනවේදී උපාධි පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය - 2016/2017

ශුද්ධ ගණිතය - 3 වන මට්ටම

PUU1141 \PUE3141– ගණිතයේ පදනම

කාලය - පැය දෙක (02) යි.

දිනය - 2018 ජනවාරි 03 | වේලාව - පෙ.ව.09.30 - පෙ.ව.11.30 දක්වා

ප්‍රශ්න හතරකට (04) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

01. (a) කුලක දෙකක් සඳහා ඩි මෝර්ගන් නීතිය, සාධනය රහිතව ප්‍රකාශ කරන්න.

(b) A සහ B යනු අභිමත කුලක දෙකකි. වෙන් රූප සටහන් භාවිතා නොකර පහත සඳහන් දෑ සාධනය කරන්න.

(i) $A\backslash(A\backslash B) = A \cap B$.

(ii) $A \cap B = \emptyset$ නම් හා නම්ම පමණක් $A \subseteq B^c$.

(iii) $A \setminus (A \cap B) = (A \cup B)\backslash B$.

(c) $\mathbb{Z}$ කුලකය මත පහත සම්බන්ධතා අර්ථ දක්වා ඇත.

α: $x > y$ නම් xRy වේ.

β: xy චතුරශ්‍ර සංඛ්‍යාවක් නම් xRy වේ

γ: $x + y = 0$ නම් xRy වේ.

ඉහත සම්බන්ධතා කවරක් පරාවර්ති/සමමිතික/ සංක්‍රාම්‍ය හෝ ප්‍රති සමමිතික සම්බන්ධතා වේ ද?

02. පහත සඳහන් ප්‍රකාශ සත්‍ය ද අසත්‍ය ද යන වග සාධනය කරන්න.

(i) $n^2 + n + 1$, 3 හි ගුණාකාරයක් වන පරිදි $n \in \mathbb{N}$ අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් පවතී.

(ii) $n^2 + n + 1$, 3හි ගුණාකාරයක් නොවන පරිදි $n \in \mathbb{N}$ අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් පවතී.

(iii) $6n + 5$, 15 හි ගුණාකාරයක් වන පරිදි $n \in \mathbb{N}$ අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් පවතී.

(iv) $6n + 5$, 25 හි ගුණාකාරයක් නොවන පරිදි $n \in \mathbb{N}$ අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් පවතී.

03. (a) x යනු x^2 ප්‍රකෘති සංඛ්‍යාවක් වන පරිදි වූ පරිමේය සංඛ්‍යාවකි. x යනු නිඛිලයක් බව සාධනය කරන්න.

(b) එක් එක් n ප්‍රකෘති සංඛ්‍යාව සඳහා n සහ $n+1$ ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා යුගලය සාපේක්ෂ වශයෙන් ප්‍රථමක බව සාධනය කරන්න.

(c) n යනු $n \geq 5$ වන පරිදි වන ප්‍රකෘති සංඛ්‍යාවකි. n සහ $n+2$ යනු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා නම් $n+1$, 6 හි ගුණාකාරයක් වන බව සාධනය කරන්න.

(d) ඕනෑම $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 7$, සඳහා $n = 2l + 3m$ වන පරිදි $l, m \in \mathbb{N}$ හි පවතින බව සාධනය කරන්න.

04. (a) $E = \{2n : n \in \mathbb{N}\}$ යනු ධන ඉරට්ටේ සංඛ්‍යා කුලකය වේ. E සිට $\mathbb{Z}$ දක්වා ඇති සමක්ෂේපණයක් සොයන්න.

(b) $(0,1]$ සිට $[5,6)$ දක්වා ඇති සමක්ෂේපණයක් සොයන්න.

(c) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$. ලෙස ගන්න. f යනු $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ සිට $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

දක්වා ඇති සමක්ෂේපණයක් බව පෙන්වන්න.

(d) $g(x) = x^2 + 3$, $x \in \mathbb{R}$ වේ. $A = [0,3)$ සහ $B = [3,20)$ වේ. $f^{-1}(A)$ සහ $f^{-1}(B)$සොයන්න.

05. (a) තාත්වික සංඛ්‍යා සහිත A කුලකයට අඩුතම උඩත් පර්යන්තයක් පවතී නම් එම උඩත් පර්යන්තය අනන්‍ය බව සාධනය කරන්න.

(b) A යනු $\mathbb{R}$ හි අභිශූන්‍ය නොවන, සපර්යන්ත, $inf A \notin A$ හෝ $sup A \notin A$ වන පරිදි වූ උපකුලකයකි.

A කුලකයට අවයව අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් පවතින බව සාධනය කරන්න.

(c) $A = [0,1), B = \left\{\frac{1}{n} :\ n \in \mathbb{N}\right\}$, $C = \left\{\frac{n-1}{n} :\ n \in \mathbb{N}\right\}$ වේ.

(i) ඉහත එක් එක් කුලකය සපර්යන්ත බව සාධනය කරන්න.

(ii) ඉහත එක් එක් කුලකයේ අඩුතම උඩත් පර්යන්තය සහ වැඩිතම යටත් පර්යන්තය ලියා දක්වන්න. ඔබේ පිළිතුර සාධනය කරන්න.

(iii) $C\setminus B$ හි අවමය පවතී ද? ඔබේ පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.

06. x, y සහ z යනු $x^2 + y^2 = z^2$ වන පරිදි වූ ධන නිඛිල සංඛ්‍යා වේ. පහත දෑ සාධනය කරන්න.

(i) $x^2 + y^2$ යනු ඉරට්ටේ නම් හා නම්ම පමණක් z ඉරට්ටේ වේ.

(ii) xyz ඉරට්ටේ වේ.

(iii) x ඉරට්ටේ හෝ y ඉරට්ටේ වේ.

(iv) xyz යනු 3 හි ගුණාකාරයකි.

හිමිකම් ඇවිරිණි.