00122

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

සහතික ලාභී විද්‍යා පදනම් පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය - 2018/2019

MAF2502- ගණිතය 4 -ප්‍රශ්න පත්‍රය 1

---

දිනය - 2019 දෙසැම්බර් 28 වන සෙනසුරාදා          වේලාව - ප.ව.01.30 - ප.ව.04.30 දක්වා

---

- ගණක යන්ත්‍ර (Non –programmable) භාවිතා කළ හැක.
- පරීක්ෂණ කාලය තුල ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩදෙනු නොලැබේ.
- අවුම වශයෙන් B කොටසින් එක් ප්‍රශ්නයක් ඇතුලත්ව ප්‍රශ්න පහකට (05) පිළිතුරු සපයන්න.

## A කොටස – වීජ ගණිතය

**01.** a) $(1+i)^6$ වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ප්‍රසාරණය කර හුදෙක් අතාත්වික බව ඔප්පු කරන්න.

b) ආගන්ඩ් සටහනක A, B, C ලක්ෂ්‍ය මගින් $-i, -5+4i, 1+i$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි. ABC යනු ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් බව ඔප්පු කරන්න.

c) මාපාංකය සහ විස්තාරය සොයන්න. (i) $1+i$ (ii) $2\sqrt{3}+2i$.

එමගින් මාපාංක සහ විස්තාරය සොයන්න.

(iii) $(1+i)(2\sqrt{3}+2i)$ (iv) $\frac{2\sqrt{3}+2i}{1-i}$.

ඉඟිය : $z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$

$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$ නම්

$z_1 z_2 = r_1 r_2[\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)$ සහ

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)$

02. **(a)** $\frac{3-2i\sin\theta}{1+2i\sin\theta}$ හි **(i)** හුදෙක් තාත්වික **(ii)** හුදෙක් අතාත්වික වනසේ $\theta$ හි අගයන් ලබා ගන්න.

**(b)** $z = \frac{(1+i)(1+\sqrt{3}i)}{1-i}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r\{\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r > 0$ හා $0 \le \theta < 2\pi$ වේ.

**(c)** ආගන්ඩ් සටහනක පහත සඳහන් ලෙස Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ලකුණු කරන්න.

(i) $\text{Arg}(z-1) = \frac{2\pi}{3}$

(ii) $\text{Arg}(z+1) = \frac{\pi}{6}$

එමගින් z $\arg(z-1) = \frac{2\pi}{3}$ සහ $\arg(z+1) = \frac{\pi}{6}$ වන පරිදි z සොයන්න.

<u>B කොටස - ගණිතය</u>

03. අංශුවක් P සහ Q ලක්ෂ්‍යයන් දෙකක් අතර ඒකාකාර සරල අනුවර්තිය චලිතයක යෙදෙමින් ගමන් කරයි. PQ දුර 6m සහ අංශුවේ උපරිම ත්වරණය $16ms^{-1}$ වේ නම්,

(a) P සිට 1.5 m දුරක්

(b) P සිට PQ ගේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය O දක්වා,

(c) PQ ගේ මධ්‍ය ලක්ෂයයේ සිට OQ ගේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වෙත ගමන් කිරීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

04. සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තත්තුවක නොඇදී දිග $l$ වේ. තන්තුවේ කෙළවරක් අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා අනෙක් (නිදහස්) කෙලවරට m ස්කන්ධය සහිත අංශුවක් සම්බන්ධ කලවිට, තන්තුවේ විතතිය $\frac{3l}{8}$ වේ. අංශුව තවත් $\frac{5l}{8}$, දුරක් පහලට ඇද නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරී. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.

අංශුවේ චලිතය සරල අනුවර්තීය බව පෙන්වන්න.

(i) දෝලනය වන කාලාවර්තය

(ii) අංශුවේ උපරිම ප්‍රවේගය සොයන්න.

<u>C කොටස - ස්ථිතිකය</u>

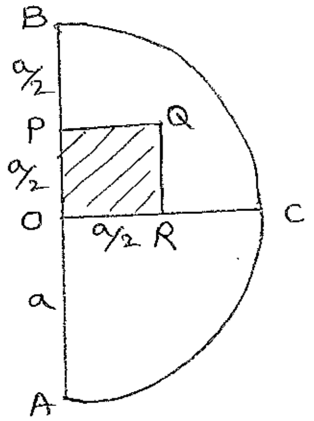
05. ශීර්ෂය O, අඩ - සිරස් කෝණ - α සහ උස h වූ, ආධාරකය රහිත කුහර කේතුවක් ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ වූ ඒකාකාර තුනී ලෝහ තහඩුවකින් සාදා ඇත. එහි ස්කන්ධය $\pi\sigma h^2 \sec\alpha \tan\alpha$, බව පෙන්වා, එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයෙහි පිහිටීම සොයන්න.

එම වර්ගයේම ලෝහ තහඩුවකින් සැදි කේන්ද්‍රය B සහ අරය $h\tan\alpha$ වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක්, ඉහත කේතුවේ ආධාරකය ලෙස, දැන් සවිකරනු ලැබේ. සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $\frac{h(\frac{2}{3}\sec\alpha + \tan\alpha)}{\sec\alpha + \tan\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

සංයුක්ත වස්තුව, ආධාරකයේ දාරයෙහි පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලනු ලැබේ. AO සහ AB යටි අත් සිරස සමඟ සමාන කෝණයක් සාදයි නම්, $\sin\alpha = \frac{1}{3}$. බව පෙන්වන්න.

06. අනුකලන භාවිතයෙන් අරය a වන ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර අන්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමමිතික අරය වන කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{4a}{3\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ABC එවැනි අන්තරයකි. AOB විශ්කම්භයකි. OC, AB ට ලම්බක අරයකි. ආස්තරයේ OP $=a/2$. වූ OPQR සමචතුරස්‍රයක් ඉවත් කර ඇත. P හා R පිළිවෙලින් OB හා OC මත පිහිටයි. මෙම ඉතිරි කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට OA හා OC හි සිට දුරවල් සොයන්න. ආන්තරය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා ඇති විට AB සිරස සමග සාදන කෝණය සොයන්න.




<u>D කොටස - සම්භාවිතාව</u>

07. a) $\varepsilon = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ $A = \{2,3,4,5\}$ $B = \{3,4,7,8\}$, $C = \{4,5,6,7\}$

(i) ඉහත දත්ත පෙන්නුම් කිරීම සඳහා වෙන් රූප සටහනක් අඳින්න.

(ii) $A'$, $A' \cap B'$ , $B \cap C'$, $(A \cup B) \cap C$ , $(B \cup C) \cap A'$

යන මේවා නිර්ණය කරන්න.

(iii) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$.

බව තීරණය කරන්න.

b) $p(F) = 0.6, p(G) = 0.25$ හා $p(F \cup G) = 0.7$ නම් එවිට F සහ G ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

c) දාදු කැටයක් සහ කාසි දෙකක් එකවිට වරක් උඩ දමනු ලැබෙයි.

(i) ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵලය සඳහා නියැදි අවකාශය ලියන්න.

(ii) දාදු කැටයේ ඉරට්ටේ අගයක් සමග අඩු වශයෙන් එක් සිරසක්වත් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

08. a) A සහ B සසම්භාවී සිද්ධි දෙකක් සම්බන්ධයෙන් $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ සහ $P(A / B)$ සම්භාවිතා අර්ථ දක්වන්න.

$A$ , $B$ සසම්භාවී සිද්ධි දෙකෙහි සම්භාවිතා $P(A) = 0.6$, සහ $P(B) = 0.2$ වන අතර $P(A/B) = 0.1$ වෙයි. $A$, සහ $B$ සිද්ධි සඳහා පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා ගණනය කරන්න.

i. සිද්ධි දෙකම සිදුවීම

ii. හරියටම එක් සිද්ධියක් පමණක් සිදුවීම

iii. සිද්ධි එකක්වත් සිදු නොවීම.

b) LED බල්බ 50 ක කාන්ඩයක දෝෂ සහිත බල්බ 3 අඩංගු වේ. කාණ්ඩයෙන් බල්බ 2 ක් අහඹු ලෙස තෝරා ගනී.

(i) තෝරාගත් බල්බ දෙකම දෝෂ සහිත වීමේ

(ii) බල්බ එකක් පමණක් දෝෂ සහිත වීමේ

(iii) බල්බ දෙකම දෝෂ සහිත නොවීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

09. (a) බෑගයක සමාන ප්‍රමාණයෙන් රතුබෝල 6 ක් සහ සුදු බෝල 4 ක් අඩංගුව ඇත. ආපසු දැමීමෙන් තොරව, වරකට එක බැගින්, බෝල තුනක් බෑගයේ අහඹු ලෙස තෝරා ගනු ලැබේ. රුක් සටහනක් ඇඳ, තෙවන බෝලය රතු බෝලයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. දෙවන බෝලය සුදුපාට බව දී ඇත.

(b) රජයේ සේවකයෙක්, එක්තරා දිනකදී කාරයෙන්, බස්රියෙන් හෝ දුම්රියෙන් රාජකාරියට යෑමේ සම්භවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{10}, \frac{2}{5}$ හා $\frac{1}{2}$ වෙයි. මෙම ගමනාගමන ක්‍රම මගින් පමාවී වැඩට යෑමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{5}, \frac{1}{2}$ සහ $\frac{3}{10}$ වෙයි. මෙම දිනයේ දී ඔහු පමා වූයේ නම්, බේයර් ප්‍රමේයය (Bayer's Theorem) භාවිතයෙන්, ඔහු දුම්රියෙන් ගමන් කර තිබීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

**************

00118

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

සහතික ලාභී විද්‍යා පදනම් පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය - 2018/2019

MAF2502- ගණිතය 4 -ප්‍රශ්න පත්‍රය II

---

දිනය - 2019 දෙසැම්බර් මස 29 වන ඉරිදා        වේලාව - ප.ව.01.30 - ප.ව.04.30 දක්වා

---

- ගණක යන්ත්‍ර (Non –programmable) භාවිතා කළ හැක.
- පරීක්ෂණ කාලය තුල ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩදෙනු නොලැබේ.
- එක් කොටසකින් ප්‍රශ්න දෙකක් බැගින් ඇතුලත්ව ප්‍රශ්න පහකට (05) පිළිතුරු සපයන්න.

## A කොටස –කලනය

01. a) සුදුසු ආදේශන භාවිතයෙන් අගයන්න.

i. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x+3}}$

ii. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{9-x^2}}$ given that $|x| < 3$

b) භින්නභාග භාවිතයෙන් $\int \frac{x^2dx}{(x-1)^3(x+1)}$. සොයන්න.

02. a) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන්

$\int x \tan^{-1} x \, dx$ අනුකලය අගයන්න.

b) $I = \int_0^{\pi} e^{-2x} \cos x dx$ හා $J = \int_0^{\pi} e^{-2x} \sin x \, dx$. යයි ගනිමු.

කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන්

$I = 2J$ හා $J = 1 + e^{-2\pi} - 2I.$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් $I$ හා $J$ හි අගයන් ලබා ගන්න.

c) $\int \frac{dx}{4\cos x + 3\sin x + 5}$. අගයන්න.

03. a) $\int cos^4 x \sin^5 x dx$. සොයන්න.

b) (i) $\int \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}$. සොයන්න.

(ii) $\frac{d}{dx}(\sqrt{3+2x-x^2})$ සොයන්න. එනයින් $\int \frac{x-1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$. සොයන්න.

04. a) $\int sin^n x dx$. සඳහා ඌනන සූත්‍රය ලබා ගන්න.

එමගින්, $\int sin^6 x dx = -\frac{1}{6}\cos x\, sin^5 x + \frac{5}{6}\int sin^4 x dx$. බව පෙන්වන්න.

b) පහත සඳහන් නිශ්චිත අනුකල නිශ්චය කරන්න.

(i) $\int_1^4 (\sqrt{x} + 2x^{3/2}) dx$ (ii) $\int_0^1 x^2 e^{-x} \mathrm{dx}$

c) $y = 2x$ සරල රේඛාවෙන් සහ $y = x^2$. වක්‍රයෙන් සීමා වූ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

## B කොටස - සංඛ්‍යානය

05). a)

| පන්ති ප්‍රාන්තර | සංඛ්‍යානය |
|---|---|
| 3 - 6 | 2 |
| 6 - 9 | 5 |
| 9 - 12 | 7 |
| 12 - 15 | 2 |

ඉහත දත්ත සඳහා

(i) සංඛ්‍යාන බහු අස්‍රය

(ii) සමුච්චිත සංඛ්‍යාත වක්‍රය අඳින්න.

b) එක්තරා පුස්තකාලයක ඇති පොත් ඒවායේ පිටු සංඛ්‍යාව අනුව වර්ග කරන ලදී. පහත සඳහන් වගුව මෙම විස්තර පෙන්නුම් කරයි.

| වර්ගය | පිටු සංඛ්‍යාව | පොත් සංඛ්‍යාව |
|---|---|---|
| A | 10-15 | 5 |
| B | 50-90 | 3 |
| C | 90-130 | 10 |
| D | 130-170 | 2 |

(i) මෙම පුස්තකාලයේ වඩාත්ම සොයාගත හැක්කේ කුමන වර්ගයේ පොත් ද? විස්තර කරන්න.

(ii) පොතක පිටු සංඛ්‍යාවේ සාමාන්‍ය කීයද?

c) පහත සඳහන් දත්ත 13 දෙනෙකුගෙන් යුත් නියැදියක වූ ගණුදෙනුකරුවන් විසින් සඳුදා උදයක සුපිරි වෙළඳ සංකීර්ණයකදී රුපියල් වලින් වියදම්කල මුදල් ප්‍රමාණයන් ය.

7, 3, 3, 4, 6, 2, 10, 1, 19, 12, 5, 16, 9

(i) මාතය සොයන්න.
(ii) සුදුසු සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක දත්ත කාණ්ඩ කර මාතය සොයන්න.
(iii) ජාල රේඛාවක මාතය පෙන්නුම් කරන්න.

06. a) 7, 9, 18, 22, 27, 29, 32, 40. යන සංඛ්‍යාවල මධ්‍යනාය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.
b) ශ්‍රී ලංකාවේ එක් එක් වයස් කාණ්ඩවල සිටින පුද්ගල සංඛ්‍යාව පිළිබඳ ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

| වයස | සංඛ්‍යාතය |
|---|---|
| 0 – 10 | 37 |
| 10 - 20 | 35 |
| 20 - 30 | 39 |
| 30 - 40 | 46 |
| 40 - 50 | 33 |
| 50 - 60 | 22 |
| 60 - 70 | 20 |
| 70 - 80 | 18 |

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

07. a) පහත සඳහන් දත්තවල මධ්‍යස්ථය ගණනය කරන්න.

| වැටුප රු: | කම්කරුවන් ගණන |
|---|---|
| 60 - 70 | 5 |
| 50 - 60 | 10 |
| 40 - 50 | 20 |
| 30 - 40 | 5 |
| 20 - 30 | 3 |

b) පහත සඳහන් දත්තවල මධ්‍යනාය, මධ්‍යස්ථය සහ සම්මත අපගමනය පාදක කරගෙන කුටිකතා සංගුණකය ගණනය කරන්න.

| විචල්‍යය | සංඛ්‍යාතය |
|---|---|
| 100-110 | 4 |
| 110-120 | 16 |
| 120-130 | 36 |
| 130-140 | 52 |
| 140-150 | 64 |
| 150-160 | 40 |
| 160-170 | 32 |
| 170-180 | 11 |

08) a) පහත සඳහන් දත්තයන්හි මධ්‍යස්ථය සහ චතුර්ථක සොයන්න.

| මාසික ආදායම | පුද්ගලයන් ගණන |
|---|---|
| 50 පහල | 35 |
| 50 – 60 | 24 |
| 60 – 70 | 21 |
| 70 – 80 | 18 |
| 80 – 90 | 6 |
| 90 සහ ඉහළ | 3 |

b) A සහ B කම්හල් දෙකකට අදාල දත්ත උපයෝගි කර ගනිමින් පහත සඳහන් දෑ සොයන්න.

| | A - කම්හල | B - කම්හල |
|---|---|---|
| සේවකයින් ගණන | 100 | 150 |
| මධ්‍යනාශය වැටුප | 45 | 55 |
| සම්මත අපගමනය | 7 | 12 |

(i) A සහ B කර්මාන්තශාලා දෙකෙහි වැටුප් වල සංයුක්ත මධ්‍යනාශය සොයන්න.

(ii) A , B. කර්මාන්ත ශාලා දෙකෙහි සම්මත අපගමනයන්හි සංයුක්ත සම්මත අපගමනය සොයන්න.

c) වැටුප් වැඩි වශයෙන් විචලා වන කම්හල කුමක් ද?

ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.
(ඉඟිය :- එක් එක් කර්මාන්ත ශාලාවල විචලා සංගුණකය සොයන්න.)

***************