(4) 00158

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

සහතික ලාභී විද්‍යා පදනම් පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය - 2018/2019

MAF2501- ගණිතය 3 -ප්‍රශ්න පත්‍රය 1

දිනය - 2019 ජූනි මස 22 වන සෙනසුරාදා වේලාව - ප.ව.01.30 - ප.ව.04.30 දක්වා

- ගණක යන්ත්‍ර (Non –programmable) භාවිතා කළ හැක.
- පරීක්ෂණ කාලය තුල ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩදෙනු නොලැබේ.
- අඩුම වශයෙන් **B** කොටසින් එක් ප්‍රශ්නයක් ඇතුලත්ව ප්‍රශ්න පහකට (05) පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස – කලනය

1) a. පහත සඳහන් සීමාවන්හි අගයන් සොයන්න.

i. $\lim_{x\to 3}\frac{(x+1)-\sqrt{x+13}}{(x-3)}$

ii. $\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

iii. $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin^{-1}\theta}{\theta}$ (සුදුසු ආදේශකයක් භාවිතා කරන්න.)

b. ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන් පහත ශ්‍රිතයන් අවකලනය කරන්න.

i. $y = 3x^2 - x + 4$

ii. $y = \frac{1}{x^2}$

2) පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන් අවකලනය කර සුළු කරන්න.

i. $y = (x^8 + 1)\left(\frac{1}{2}x + 2\right)$

ii. $y = \frac{(2x+1)^2}{(x^2-1)^3}$

iii. $y = \left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)^n$

iv. $y = \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^5$

3) පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත අවකලනය කරන්න.

i. $y = \frac{\cos x}{\cos x + \sin x}$

ii. $y = \operatorname{cosec}(2x+1)$

iii. $y = \tan^2(3x)$

iv. $y = \sin^{-1} 3x + \cos^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)$

v. $y = \tan^{-1}\sqrt{x}$

vi. $y = \sec^{-1} x$, (use $\sec^{-1} x = 1/\cos^{-1} x$)

4) පහත සඳහන් ශ්‍රිතයන් x විෂයෙන් අවකලනය කරන්න.

i. $y = e^{\sin^{-1} x}$

ii. $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$

iii. $e^y = 1 + x^2$

iv. $y = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + a^2}\right|$

v. $y = x^{\sin x}$ (ලඝු ගණක භාවිතයෙන්)

5) a) වක්‍රයක පරාමිතික ඛණ්ඩාංක $x = \frac{a(1-t)^2}{1+t^2}$, සහ $y = \frac{2bt}{1+t^2}$ ලෙස දී ඇති විට, මෙහි t යනු පරාමිතියකි. $\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a}$ බව පෙන්වන්න.

b) $y = (1+4x^2)\tan^{-1}(2x)$, ලෙස ගනිමු.

i. $(1+4x^2)\frac{dy}{dx} - 8xy = 2(1+4x^2)$ සහ

ii. $(1+4x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 8y = 16x$ බව පෙන්වන්න.

iii. $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}$ සොයන්න.

6) a) $y = x^3 - 3x$ වක්‍රයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය සොයන්න. ඒවා උපරිම හා අවම යැයි නිගමනය කරන්න.

b) පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශන x විෂයෙන් අනුකලනය කරන්න.

$(i) \int (2x+5)^6 dx \qquad (ii) \int \frac{1}{4+x^2} dx \qquad (iii) \int \frac{x^2}{x+1} dx$

$(iv) \int \frac{\sin x}{1+\cos x} dx \qquad (v) \int x\sqrt{x^2+1}\, dx$

B කොටස – ඛණ්ඩාංක ජ්‍යාමිතිය

7) a. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 6 = 0$ වෘත්තයන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයන් සහ මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

b. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 17 = 0$ වෘත්තය සහ $x - y + 2 = 0$ සරල රේඛාව A හා B හිදී ඡේදනය කරයි. AB විෂ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

8) (a) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ සහ

$x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය වේ නම් එවිට $2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2$ බව පෙන්වන්න.

(b) $(2,-1)$ සහ $(1,-2)$ ලක්ෂ්‍යයන් හරහා යමින් $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 5 = 0$. වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

හිමිකම් ඇවිරිණි.

00159

ශ්‍රී ලංකා විවෘත විශ්වවිද්‍යාලය

සහතික ලාභී විද්‍යා පදනම් පාඨමාලාව

අවසාන පරීක්ෂණය - 2018/2019

MAF2501- ගණිතය 3 -ප්‍රශ්න පත්‍රය II

දිනය - 2019 ජුනි මස 23 වන ඉරිදා | වේලාව - ප.ව.01.30 - ප.ව.04.30 දක්වා

- ගණක යන්ත්‍ර (Non –programmable) භාවිතා කළ හැක.
- පරීක්ෂණ කාලය තුල ජංගම දුරකථන භාවිතා කිරීමට ඉඩදෙනු නොලැබේ.
- අවම වශයෙන් එක කොටසකින් එක් ප්‍රශ්නයක්වත් ඇතුලත්ව ප්‍රශ්න පහකට (05) පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස – වීජ ගණිතය

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින් සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහාම

$\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{3^2-1}+\cdots+\frac{1}{(n+1)^2-1}=\frac{3}{4}-\frac{1}{2(n+1)}-\frac{1}{2(n+2)}$ බව සාධනය කරන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r(r+2)}$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි එකතුව සොයන්න.

ඉඟිය : $(r+1)^2-1=r(r+2)$

02. (a) $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r=\frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ යයි ගනිමු. $n\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n=\sum_{r=1}^{n}U_r$ නම් $r\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r=\frac{A}{(3r-1)^2}+\frac{B}{(3r+2)^2}$ වන පරිදි A සහ B නියතයන්හි අගයන් සොයන්න. එමගින්, $n\in\mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n=\frac{1}{4}-\frac{1}{(3n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

(b) ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක මුල්පද n දක්වා එකතුව $S_n=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$ මගින් දෙනු ලබයි.

(a- මුල් පදය, r-පොදු අනුපාතය)

ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක දෙවන පදය 24 වන අතර පද අනන්තයක් දක්වා එකතුව 100 වේ. පොදු අනුපාතය සඳහා විය හැකි අගයන් දෙක සහ ඊට අනුරූප මුල් පද සොයන්න.

B කොටස – ස්ථිතිකය

03. **(a) (i)** $r_1 = (3,2,-1)$ සහ $r_2 = (2,-1,0)$ සඳහා පිහිටුම් දෛශික ලියන්න.

$(2r_1 - r_2)$ දිශාවට ඇති ඒකක දෛශිකය සොයන්න.

(ii) A(3,4,5), B(7,8,9) සහ C (4,5,6) ලක්ෂ්‍ය එකම රේඛාවක් මත පිහිටන බව දෛශික මගින් පෙන්වන්න.

(b) ABCD යනු $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ වන පරිදි වූ ත්‍රිපීසියමකි. තවද $\overrightarrow{AB} = \underline{p}$ හා $\overrightarrow{AD} = \underline{q}$ වේ. E ලක්ෂ්‍යය BC මත පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන ලෙසය. AE හා BD හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය F, $\overrightarrow{BF} = \lambda\overrightarrow{BD}$ යන්න සපුරාලයි. මෙහි λ $(0 < \lambda < 1)$ යනු නියතයකි.

i. $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{6}\underline{p} + \frac{1}{3}\underline{q}$ සහ

ii. $\overrightarrow{AF} = (1-\lambda)\underline{P} + \lambda\underline{q}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් λ. හි අගය සොයන්න.

04. (a) සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ හා $\underline{i}+\underline{j}$ යැයි ගනිමු. තවද, C යනු, A හරහා OB ට සමාන්තර සරල රේඛාව මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. $\overrightarrow{OC} = (1+\lambda)\underline{i} + \lambda\underline{j}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තාත්වික සංඛ්‍යාවක් වේ. OB ට BC ලම්බ වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

(b) (i) $\underline{a} = \underline{i} - 2\underline{j}$ සහ $\underline{b} = 3\underline{i} + \underline{j}$ යනු දෛශික දෙකක් නම්, අදිශ ගුණිතය $\underline{a}.\underline{b}$ සහ $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ අතර කෝණය සොයන්න.

(ii) $|a+b|^2 = |a^2| + 2\underline{a}.\underline{b} + |b^2|$ බව පෙන්වන්න.

$\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ එකිනෙකට θ ආනත වූ ඒකක දෛශික දෙකක් නම්, $\underline{a} + \underline{b}$ ද ඒකක දෛශිකයක් වේ නම්, θ කෝණය සොයන්න.

05. (a) පිහිටුම් දෛශික $\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} + 3\underline{k}$, $\underline{b} = \underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k}$ සහ $\underline{c} = \underline{i} + 4\underline{j} + 2\underline{k}$ නම් $\underline{a}.\underline{b} + \underline{a}.\underline{c} = \underline{a}.(\underline{b} + \underline{c})$ බව සාධනය කරන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂවල පිහිටුම් දෛශික A(3,2,1), B(5,3,-2) සහ C (2,-3,4) වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

06. (a) රොම්බසයක විකර්ණ ලම්බකව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

(b) $\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$ යනු සුරත් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක පිළිවෙලින් ox, oy සහ oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශික වේ.

$\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k},\ \underline{b} = 3\underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k}$ හා $\underline{c} = -\underline{i} + 3\underline{j} - 2\underline{k}$ නම් $\underline{a} \times \underline{b}$ සොයන්න.

$\underline{a} = 2\underline{i} + \underline{j} - \underline{k},\ \underline{b} = 3\underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k}$ හා $\underline{c} = -\underline{i} + 3\underline{j} - 2\underline{k}$ නම් $\underline{a} \times \underline{b}$ සොයන්න.

i. $\underline{c} \times (\underline{a} \times \underline{b}) = -3\underline{i} - 5\underline{j} + 8\underline{k}$ සහ

ii. $\underline{c}$ සහ $\underline{a} \times \underline{b}$ දෛශික එකිනෙකට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

C කොටස – ගතිකය

07. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක P හා Q, දෙකෙලවරේ පිළිවෙලින් m හා M ස්කන්ධ අමුණා තන්තුව අවල සුමට O මුදුවක් තුළින් යවා ඇත. M නිදහසේ එල්ලී පවතින අතර m අංශුව u නියත ප්‍රවේගයෙන් තිරස් වෘත්තාකාර පථයක් ගෙවයි.

(i) OP හි සිරසට ආනතිය $\cos^{-1}\frac{m}{M}$ බවත්

(ii) **m** භ්‍රමණය වන වෘත්තයේ අරය $\frac{\sqrt{M^2-m^2}}{M}(OP)$ බවත්

(iii) $u^2 = \frac{(M^2-m^2)}{Mm}g(OP)$ බවත්

(iv) මුදුව මත ප්‍රතික්‍රියාව $g\sqrt{2M(M+m)}$ බවත් පෙන්වන්න.

08. **(a)** දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් දෘඩ ලක්ෂ්‍යයක එල්ලා ඇති බර අංශුවක් තිරස් වෘත්තාකාර මාර්ගයක නියත ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන විට තන්තුව සිරසට α කෝණයකින් ආනතව පිහිටයි. එක වටයක් ගමන් කිරීමට අංශුව ගතවන කාලය $2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධය **m** වූ අංශුවක් දිග l වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙලවරකට සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, අවල **O** ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති අතර, අංශුව ගුරුත්වය යටතේ සමතුලිතව පවතී. අංශුව ඊ ළඟට **u** ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

(i) **O** හරහා යන යටි අත් සිරස සමග තන්තුව θ කෝණයක් සාදන විට එහි ආනතිය $m\left(3g\cos\theta - 2g + \frac{u^2}{l}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) පසුව, අංශුව **O** හි තිරස් මට්මට ළඟාවීමට හැකිවන පරිදි **u** ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය සොයන්න.

09. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට, සිරස් තලයක අචලව ඇති අරය r හා කේන්ද්‍රය O වූ සිහින් සුමට වෘත්තාකාර බටයක් තුල ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය විය හැකිය. අංශුව බටයේ පහත්ම ලක්ෂ්‍ය යේ සිට $\sqrt{3gr}$ වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේපනය කරයි.

අංශුවේ චලනය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති නියමය යොදා ගත හැකි බව පැහැදිලි කරන්න.
OP යටි අත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය v නම්
$v^2 = gr(1 + 2\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, අංශුව මත බටයේ ප්‍රතික්‍රියාව $\cos\theta = -\frac{1}{3}$ විට එහි දිශාව වෙනස්වන බව පෙන්වන්න.
එම ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුවේ වේගය සොයන්න.

හිමිකම් ඇවිරිණි.